

満足化概念を考慮した多目的計画法による クラス編成問題の一解法

水 沼 洋 人

1 はじめに

情報技術の発展によって情報化が急速に進展する現在、大学における情報教育は、理工系学部に限らず文系学部においても重要な教育要素の一つとして取り組まれている。さらに、情報教育は、新学習指導要領のもと、小中学校および高等学校にも導入され、小中学校では平成 14 年度から、高等学校では平成 15 年度から本格的に導入される。

このような状況の下で、情報教育を先取りした形で実施している高等学校も増加している。また、パソコンの普及に伴い、高等学校で情報教育を受けていなくても、何らかの形で情報教育を受けている、あるいはコンピュータを利用したことのある学生は年々増加している。このようなことから、習熟の度合いに差はあるものの、何らかの形で情報教育を学んできたと考えられる大学入学生は増加してきており、大学での情報教育、特に初年度に開講される情報教育の基礎的科目の内容の見直しが必要であると考えられる。

一方、大学入学以前にコンピュータ、とりわけパソコンを利用したことのない学生も少なからず存在している。このため、基礎的な情報教育科目、特に演習系科目に関しては、大学入学以前に情報教育を受けてきた学生と受けていない学生とを同じクラスに配置させることは、学習効果上、問題があると考えられる。

このような状況から、情報教育科目の見直しも必要であるが、演習系科目に関するクラス編

成に関しても安易なクラス分けによる方法は問題である。

本論文では、上記の問題点、特に後者のクラス分けに関する問題点を解決するために、習熟度別のクラス編成を実現する方法を提案する。その具体的な方法としては、クラス編成に対する教える側と教わる側の両者の評価をクラス編成モデルに反映させ、その双方の評価を最大化させる解を決定することである。しかしながら、双方の評価を同時に最大化させることは一般的に困難である。このため、両者のクラス編成に対する評価に満足度基準を設定し、その満足度基準を利用して解を選択する方法を提案する。

2 多目的計画法によるモデル化

クラス編成問題は、古くからよく知られている輸送問題あるいは割当て問題とよばれる線形計画問題、厳密には整数計画問題の類似問題として位置付けられている⁽⁴⁾。そのモデル化の方法としてはいくつか存在するが^(2,3)、本論文では天下り法⁽²⁾とよばれるモデルを基本として、その拡張モデルを提案する。まず、基本的なモデルを以下に示す。

【P1】

$$\max. \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq a_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (4)$$

ここで、 n は学生の総数、 m はクラスの総数、 i は学籍番号、 j はクラス番号、 a_j は第 j クラスの定員、 p_{ij} はクラス j への所属に対する学生 i の評価を表している。また、 x_{ij} はクラス j に学生 i が所属するか否かを表す決定変数である。すなわち、

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{クラス } j \text{ に学生 } i \text{ が所属する場合} \\ 0 & \text{クラス } j \text{ に学生 } i \text{ が所属しない場合} \end{cases} \quad (5)$$

である。したがって、このモデルの示す意味は、次のとおりである。

各クラスには定員が設定されている。このため、各クラスは、定員を超えない範囲でクラス編成を行わなければならない。したがって、この制約を実現させるために (3) 式で条件付けしている。また、各学生は、いずれかのクラスに必ず所属しなければならない。したがって、この制約は、(2) 式で満足される。以上の条件の下で、各学生は、各クラスへの所属に対して評価付けを行い、その評価値が最大となるクラス編成を実現させることが、本モデルの意味するところである。ここで、各クラスへの所属に対する評価付けの方法について補足しておく。天下り法による評価付けの方法は、持ち点をそれぞれ志望するクラスへ配分する方法である。例えば、持ち点が 100 点であるとする、この持ち点を第 1 志望クラスに 70 点、第 2 志望クラスに 20 点、第 3 志望クラスに 10 点という具合に配分する方法である。

クラス編成上、特に問題のない場合には、**P1** による方法でクラス分けを行えばよい。しかしながら、本論文で議論する習熟度別のクラス編成を行う場合には、この方法によるクラス分けには問題があると考えられる。例えば、明らかに上位のクラスに所属することが望ましいと考えられる学生が、下位のクラスへの所属を強く

希望した場合には、下位のクラスに所属することになりうる。また、その反対に、明らかに下位のクラスに所属することが望ましいと考えられる学生が、上位のクラスへの所属を強く希望した場合には、上位のクラスに所属することになりうる。このように、習熟度別のクラス編成を行うためには、教わる側の希望のみによる方法では問題がある。このため、上記の問題点を回避するために、以下のモデルの適用を考慮する。

【P2】

$$\max. \quad \sum_{i=1}^n q_i x_i \quad (6)$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (7)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (8)$$

ここで、 n は学生の総数、 i は学籍番号、 a はある任意のクラスの定員、 q_i はある任意のクラスへの所属に対する学生 i の習熟度評価を表している。また、 x_i はある任意のクラスに学生 i が所属するか否かを表す決定変数である。

P2 は、教える側の視点からのクラス編成に関するモデルである。ここで、習熟度評価 q_i は、例えば学生の有する情報機器利用のための基礎技能知識を試験等によって評価したものを表している。また、このモデルは、**P1** とは異なり、ある任意のクラスに対してクラス編成の評価を行っている。このようなモデルになる理由は、習熟度評価を各クラスごとに対して適切に設定することが困難であると考えられるからである。このため、クラス数が増加すればするほど、各クラスに対するクラス編成のための求解とその評価も増加するが、習熟度別のクラス数は一般的に多くはない。したがって、ここでの問題は、大きな問題ではないと考えられる。

以上より、本論文で提案するクラス編成モデルについて議論する。提案モデルは、教える側と教わる側の両者の評価をクラス編成モデルに

反映させ、その双方の評価を最大化させる解を決定することである。すなわち、以下に示す **P3** として定式化される。

【P3】

$$\max. \quad \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (9)$$

$$\max. \quad \sum_{i=1}^n q_i x_i \quad (10)$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (11)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (12)$$

このクラス編成モデルは、ある任意のクラスに関して双方の評価を最大化させる解を求めるモデルである。このクラス編成モデルから解を得るためには、最初に理想解が存在するか否かを確認する必要がある。ここで理想解とは、各々の目的関数が最大値を構成する決定変数の組合せが同じである場合の解を意味する。すなわち、教わる側の評価のみから得られるクラス編成と教える側の評価のみから得られるクラス編成の両者が、まったく同一である場合の解が理想解である。

3 フレキシブル計画法によるモデル化

しかしながら、一般的に理想解が得られる場合は少なく、通常は各目的関数間の関係はトレード・オフにある。このため、**P3** による求解としては、例えば対話型システム^(6,7)の利用が考えられるが、一般的に試行錯誤的な方法で解を探索せざるを得ない。しかし、意思決定者は、理想解の存在を調査する過程において、対象とする問題に対して漠然とした目標値を有する場合が多い。このため、本論文では、意思決定者の有する目標値を可能な限り実現させるために、その目標値の達成度合いを満足度としてとらえ、満足度最大化による方法で解を探索する方法を提案する。

いま意思決定者は、教わる側の評価と教える

側の評価のそれぞれに対して、達成させたいと考えている目標値を有しているものとする。その目標値をそれぞれ p および q とする。この目標値は、通常、明確なものではなく、漠然と与えられる場合が多い。このため、それぞれの目標値に対してファジィ概念⁽⁹⁾を適用し、それぞれの目標値をファジィ数として扱うことにする。したがって、**P3** は、形式的に以下のように記述される。

【P4】

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \gtrsim p \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i x_i \gtrsim q \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (15)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (16)$$

ここで $\gtrsim$ は、ファジィ不等号を表しており、「左辺はだいたい右辺以上」を意味している。

P4 の (13) 式および (14) 式は、**P3** の目的関数 (9) 式および (10) 式のそれぞれに対して「だいたい p 以上」および「だいたい q 以上」といったファジィ目標が考慮されていることを示している。したがって、(13) 式および (14) 式の両者を実現する領域は、ファジィ決定の集合⁽¹⁾を示すことになる。

ここで、**P4** におけるファジィ目標が、何らかのメンバーシップ関数で定められるとすると、この問題は通常の数理計画問題に帰着される^(10,11)。一般的にメンバーシップ関数としては、線形型のメンバーシップ関数が適用されることが多いが、ここではシグモイド関数型メンバーシップ関数⁽⁵⁾を適用する。この型の関数は、ニューラル・ネットワーク・システムのしきい値関数としてもよく用いられており、ロジスティック関数ともよばれている⁽⁸⁾。この関数を用いたフレキシブル計画問題は、理論上、必ず解を得るため、意思決定者にとって不適切な評価を表す解が得られた後の目標値の調整に効果

的である。そのシグモイド関数の一般式は、以下に示すとおりである。

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha x)} \quad (17)$$

このシグモイド関数型メンバーシップ関数を適用した、教わる側の評価に関する目標値は、次のようになる。ただし、 $f_p(\mathbf{x})$ とは、(13) 式の左辺である。

$$\mu_p(f_p(\mathbf{x})) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M))} \quad (18)$$

また、教える側の評価に関する目標値は、次のようになる。ただし、 $f_q(\mathbf{x})$ とは、(14) 式の左辺である。

$$\mu_q(f_q(\mathbf{x})) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M))} \quad (19)$$

ここで、 p_M は教わる側の評価に対する十分レベルと必要レベルの中間値、すなわち満足でもなく不満でもない評価値を表している。同様に、 q_M は教える側の評価に対する十分レベルと必要レベルの中間値を表している。また、 α_p および α_q は、メンバーシップ関数の形状を決定するパラメータで、ともに $\alpha_p > 0$ 、 $\alpha_q > 0$ である。ただし、パラメータ α_p および α_q とも値を大きくすれば、あいまいさの幅は小さくなる。

これらのメンバーシップ関数を用いて Bellman と Zadeh の最大化決定⁽¹⁾ にしたがえば、P4 は以下の P5 として定式化される。

【P5】

$$\max. \quad \lambda \quad (20)$$

$$s.t. \quad \lambda + \exp(-\alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M))\lambda \leq 1 \quad (21)$$

$$\lambda + \exp(-\alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M))\lambda \leq 1 \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (23)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (24)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (25)$$

ここで、シグモイド関数 $f(x)$ は $f(x) = 0$ を漸近線とすることから、 $\lambda > 0$ である。このため、P5 の指数関数を含む制約条件式は、次の変形を行うことでより容易な数理計画問題に変換でき

る。

教わる側の評価の目標値に関しては、以下の

とおりである。

$$\lambda + \exp(-\alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M))\lambda \leq 1$$

$$\alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M) \geq \log \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (26)$$

同様に、教える側の評価の目標値に関しては、以下のとおりである。

$$\lambda + \exp(-\alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M))\lambda \leq 1$$

$$\alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M) \geq \log \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (27)$$

よって P5 は、等価的に P6 のように表現できる。

【P6】

$$\max. \quad \lambda \quad (28)$$

$$s.t. \quad \alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M) \geq \log \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (29)$$

$$\alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M) \geq \log \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (31)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (32)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (33)$$

次に、 $\log(\lambda/(1-\lambda))$ を λ_t とおくと以下となる。

$$\log \frac{\lambda}{1 - \lambda} = \lambda_t$$

$$\lambda = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda_t)} \quad (34)$$

シグモイド関数は単調増加関数であるので、 λ を最大化することは λ_t を最大化すること、つまり $\log(\lambda/(1-\lambda))$ を最大化することと等価である。したがって、P6 は次の P7 を解くことと同じである。

【P7】

$$\max. \quad \lambda_t \quad (35)$$

$$s.t. \quad \alpha_p f_p(\mathbf{x}) - \lambda_t \geq \alpha_p p_M \quad (36)$$

$$\alpha_q f_q(\mathbf{x}) - \lambda_t \geq \alpha_q q_M \quad (37)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq a \quad (38)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (39)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad (40)$$

メンバーシップ関数の形状を決定するパラメータ α_p および α_q に関しては、ヒューリスティックな方法で意思決定者が設定を行わなければならない。

一方、 p_M および q_M の設定に関しては、意思決定者の希求する必要レベルと十分レベルを用いて決定することができる。つまり、 p_M および q_M は、意思決定者の希求する教わる側の評価に対する満足度と教える側の評価に対する満足度のメンバーシップ値が 0.5 を有する値を示すため、それぞれの必要レベルと十分レベルの中間値を採用すればよい。ただし、それぞれの評価に対する満足度の必要レベルおよび十分レベルは、メンバーシップ関数が線形型の場合においては 0 もしくは 1 のメンバーシップ値を有する評価値となるが、シグモイド関数型メンバーシップ関数に対してはこの限りではない。このため、必要レベルおよび十分レベルを 0.01 もしくは 0.99 などと近似しなければならない。

以上の観点より、必要レベルと十分レベルの中間値を p_M および q_M であるとみなせば、パラメータ α_p および α_q に関して以下のことがいえる。

【定理】

シグモイド関数型メンバーシップ関数のパラメータ α_p および α_q に関して、

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{p_U - p_M}{q_U - q_M} \quad (41)$$

が成り立てば、教わる側の評価値および教える側の評価値に対する両者のあいまいさの尺度は同じである。ただし、 p_L および p_U は、教わる側の評価値に対する必要レベルおよび十分レベル

である。また、 q_L および q_U は、教える側の評価値に対する必要レベルおよび十分レベルである。

【証明】

P7 より任意の解 λ_m が得られると、教わる側の評価に対する満足度および教える側の評価に対する満足度のそれぞれは、(42) 式および(43) 式を満たす。

$$\lambda_m = \alpha_p(f_p(\mathbf{x}) - p_M) \quad (42)$$

$$\lambda_m = \alpha_q(f_q(\mathbf{x}) - q_M) \quad (43)$$

よって、(42) 式および (43) 式より (44) 式が得られる。

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{f_p(\mathbf{x}) - p_M}{f_q(\mathbf{x}) - q_M} \quad (44)$$

ここで、メンバーシップ値の基準点を 0.5 とすると、 $\lambda_m - 0.5$ の変化量に対して、それぞれの評価値に対する満足度の変化量は $f_p(\mathbf{x}) - p_M$ および $f_q(\mathbf{x}) - q_M$ である。したがって、教わる側の評価値 $f_p(\mathbf{x})$ および教える側の評価値 $f_q(\mathbf{x})$ のそれぞれが、十分レベルあるいは必要レベルを得たと仮定すれば、(45) 式あるいは (46) 式が得られる。

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{p_U - p_M}{q_U - q_M} \quad (45)$$

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{p_L - p_M}{q_L - q_M} \quad (46)$$

同様に、メンバーシップ値の基準点を必要レベルあるいは十分レベルとすることにより、(47) 式あるいは (48) 式が得られる。

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{p_U - p_L}{q_U - q_L} \quad (47)$$

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_p} = \frac{p_L - p_U}{q_L - q_U} \quad (48)$$

ゆえに、成り立つ。

Q.E.D

この定理より、パラメータ α_p および α_q は、大雑把ではあるが容易に設定することが可能である。しかしながら、これらのパラメータを厳

密に設定する必要がある場合には、以下に示す方法で設定することができる。

教わる側の評価および教える側の評価のそれぞれに対する必要レベルおよび十分レベルのどちらか一方が、意思決定者によって与えられるならば、メンバーシップ関数の形状を決定するパラメータ α_p および α_q は、それぞれ (49) 式および (50) 式によって決定できる。

$$\alpha_p = \frac{\log \frac{\lambda}{1-\lambda}}{f_p(\mathbf{x}) - p_M} \quad (49)$$

$$\alpha_q = \frac{\log \frac{\lambda}{1-\lambda}}{f_q(\mathbf{x}) - q_M} \quad (50)$$

これらの式は、それぞれ (42) 式および (43) 式から導出される。すなわち、ある任意の解 λ_m は、 $\log(\lambda/(1-\lambda))$ であるため、上記の式が導出される。

したがって、例えば、教わる側の評価に対する必要レベル p_L (もしくは十分レベル p_U) が、近似的に 0.01 (もしくは 0.99) として与えられると、パラメータ α_p は、以下に示すとおり厳密かつ容易に設定することができる。

$$\alpha_p = \frac{\log \frac{0.01}{1-0.01}}{p_L - p_M} \quad (51)$$

$$\left(\text{もしくは } \alpha_p = \frac{\log \frac{0.99}{1-0.99}}{p_U - p_M} \right)$$

教える側の評価に対しても同様にしてパラメータ α_q を求めることができる。

4 数値例

ここでは、簡単な数値例として、小規模のクラス編成問題に本提案手法を適用し、その有効性について議論する。以下で扱う数値例は、学生総数を 20 人とし、1 クラスあたり 10 人からなる人工的なクラス編成問題を考える。したがって、クラスの総数は 2 クラスで、それぞれのクラスを入門コースおよび初級コースとする。ここで入門コースは下位のクラスを指し、初級コースは上位のクラスを指すものとする。

表 1 に、学生による各クラスへの所属希望データを示す。ただし、学生の持ち点は 100 点である。また表 2 に、各学生の習熟度を測るための基礎技能知識に関する試験結果を示す。ただし、満点を 100 点とする。

表 1 および表 2 のデータから、理想解が存在するか否かを調査する。本数値例では、入門コースおよび初級コースの 2 クラスを考慮している。このため、どちらか一方のクラスが決定すれば、必然的に他方のクラスも決定する。したがって、ここでは、初級コースに関するクラス編成について理想解の存在を調べる。

表 1 に示されたデータを P1 に適用して初級コースのクラスを求める。この結果を表 3 に示す。また、このときの目的関数値は 750 である。同様に、表 2 に示されたデータを P2 に適用して初級コースのクラスを求める。この結果を表 4 に示す。また、このときの目的関数値は 784 で

表 1 各クラスに関する所属希望データ

学 生	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
入門コース	40	60	30	75	35	55	25	80	30	20
初級コース	60	40	70	25	65	45	75	20	70	80
学 生	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
入門コース	75	50	25	45	15	20	70	40	65	10
初級コース	25	50	75	55	85	80	30	60	35	90

表 2 学生の習熟度データ

学 生	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
習熟度	54	31	90	71	47	85	67	44	80	64
学 生	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
習熟度	41	75	60	37	70	55	34	97	65	84

表 3 P1による初級コースのクラス編成

選択された学生	S3	S5	S7	S9	S10	S13	<i>S15</i>	S16	<i>S18</i>	<i>S20</i>
---------	----	----	----	----	-----	-----	------------	-----	------------	------------

表 4 P2による初級コースのクラス編成

選択された学生	S3	S4	S6	S7	S9	S12	<i>S15</i>	<i>S18</i>	S19	<i>S20</i>
---------	----	----	----	----	----	-----	------------	------------	-----	------------

表 5 P7による初級コースのクラス編成

$(p_M, q_M) = (720, 734)$ の場合の解

選択された学生	S3	S6	S7	S9	S10	S13	<i>S15</i>	S16	<i>S18</i>	<i>S20</i>
---------	----	----	----	----	-----	-----	------------	-----	------------	------------

$(p_M, q_M) = (700, 734)$ の場合の解

選択された学生	S3	S6	S7	S9	S10	S13	<i>S15</i>	S16	<i>S18</i>	<i>S20</i>
---------	----	----	----	----	-----	-----	------------	-----	------------	------------

$(p_M, q_M) = (700, 754)$ の場合の解

選択された学生	S3	S6	S7	S9	S10	S12	<i>S15</i>	S16	<i>S18</i>	<i>S20</i>
---------	----	----	----	----	-----	-----	------------	-----	------------	------------

ある。表 3 および表 4 の結果より、明らかに理想解は存在しない。したがって、P7 を適用してクラス分けを行うことになる。

P7 を適用したクラス編成に関して、パラメータ p_M , q_M , α_p および α_q を次のように定める。 p_M および q_M は、 $(p_M, q_M) = (720, 734)$, $(700, 734)$, $(700, 754)$ の 3 種類を考慮する。これら 3 種類のパラメータの位置付けは、 $(p_M, q_M) = (700, 734)$ を中心として考え、この値に対して学生の評価をより重視する場合には $(p_M, q_M) = (720, 734)$ を採用し、反対に教える側の評価をより重視する場合には $(p_M, q_M) = (700, 754)$ を採用することを意味している。また、メンバーシップ関数の形状を表す α_p および α_q は、ともに 1 とする。この値は、双方の十分レベルを最大値、すなわち $(p_U, q_U) = (750, 784)$ とし、(41) 式を用いて算出している。つまり、双方の目標

値に対するあいまいさの尺度が、同程度になるように設定されていることを意味している。

これらのパラメータのもとで、P7 を適用して得られた結果を表 5 に示す。また、これらのパラメータのもとで得られた双方の評価値は、 $(\alpha_p, \alpha_q) = (720, 734)$ のときは $(f_p(x), f_q(x)) = (730, 752)$, $(\alpha_p, \alpha_q) = (700, 734)$ のときは $(f_p(x), f_q(x)) = (730, 752)$, $(\alpha_p, \alpha_q) = (700, 754)$ のときは $(f_p(x), f_q(x)) = (705, 767)$ である。

5 考察

以上の結果より、以下のことが考察される。まず、表 3 および表 4 において、斜体表示されている学生は、双方の評価において初級コースへの配置が望ましい学生である。これらの学生は、表 5 に示される 3 種類のパラメータのもと

で計算されたすべての結果においても、初級コースへの配置が望ましいという結果が得られている。したがって、双方の評価において高い評価値を有する学生に関しては、適切なクラス編成が実現されている。

次に、表5において、学生S6, S10およびS16の三人は、すべての結果において初級コースへの配置が望ましいとされている。これに対し表3の結果からはS10およびS16の学生が、表4の結果からはS6の学生が抽出されている。しかし、双方の評価において、すなわち表3および表4の両方において、この三人が抽出されているわけではない。しかしながら、S10およびS16の二人は、表4の結果には含まれていないが、S10の習熟度評価は11位に、またS16は13位に位置している。ちなみに、S10の初級コースへの所属希望は、3位に、S16のそれは4位に位置している。これらの順位に関しては、本論文では示していないが、表1および表2のそれぞれのデータを降順に並べ替えることで容易に得られる。

またS6に関しては、表3の結果には含まれていないが、初級コースへの所属希望は14位に位置している。ちなみに、S6の習熟度評価は、3位に位置している。したがって、学生S6, S10およびS16の三人が初級コースへ配置されることは、適切であると考えられる。

次に、学生S12およびS13について考察する。表5より、S12は $(p_M, q_M)=(700, 754)$ のときに初級コースへの配置が導出されており、S13は $(p_M, q_M)=(720, 734)$ および $(p_M, q_M)=(700, 734)$ のときに初級コースへの配置が導出されている。すなわち、教える側の評価をより重視した場合にはS12の学生が、反対に学生の評価をより重視した場合にはS13の学生が、初級コースへ配置することが望ましいという結果になっている。この結果は、表3および表4にも表れている。ここで、先と同様に、それぞれ

の評価に対する順位を考えてみる。S12は、習熟度評価においては6位で、初級コースに対する所属希望では13位に位置している。またS13は、習熟度評価においては12位で、初級コースに対する所属希望では6位に位置している。このため、この二人の学生に関してはトレード・オフになっている。したがって、この点に関する結論としては、完全に意思決定者に委ねられる問題である。

最後に、学生S4, S5およびS19について考察する。この三人の学生は、表5の結果には表れていないが、表3および表4の結果のどちらか一方に含まれている学生である。これも先と同様に、それぞれの評価に対する順位を考えてみる。まずS4に関しては、習熟度評価では7位で、初級コースに対する所属希望では18位である。S5は、初級コースに対する所属希望では9位で、習熟度評価においては15位である。またS19は、習熟度評価では10位で、初級コースに対する所属希望では16位である。以上より、評価の良い方のみを考慮したとしても、その順位は下位に位置付けられている。このため、双方の評価を同時に満たすためには、S4, S5およびS19の三人に関しては、初級コースへの配置が適切でないことが理解できる。

よって、本提案手法は、以上の考察から適切なクラス編成を実現させるための一手法であると考えられる。

6 おわりに

本論文では、習熟度別のクラス編成を実現させる方法として、教える側と教わる側の両者の評価をクラス編成モデルに反映させ、その双方の評価を最大化させる解を導出するための手法を提案した。具体的な解法としては、双方のクラス編成に対する評価に目標値を設定し、その目標値の達成度合いを意思決定者の満足度とと

らえ、その目標値を最大化させる解を選択する方法を提案した。

意思決定者が有する目標値は、一般的に漠然と与えられる場合が多い。このため、本論文では、この目標値にファジィ概念を適用し、フレキシブル計画問題に帰着させた。目標値を規定させるために、本論文ではシグモイド関数型メンバーシップ関数を適用した。この型の関数は非線形関数であるが、シグモイド関数の有する性質を利用することにより、線形関数として表現できることを示した。したがって、もとの問題の構造が線形モデルであるならば、変換後のモデルも線形モデルとして扱うことが可能である。また、パラメータの設定に関しては、意思決定者の有する希求水準から容易に設定することが可能であるため、比較的容易に解を導出することが可能であることを示した。

本提案手法の有効性を示すために、学生総数を 20 人とし、1 クラスあたり 10 人からなるクラス編成問題に適用した。この数値例の結果から、本提案手法の有効性が確認された。本論文では、簡単な数値例に関してのみ適用したが、機会があれば現実の問題に適用し、その結果について報告したい。

参考文献

- (1) R. E. Bellman and L. A. Zadeh: "Decision Making in a Fuzzy Environment," *Management Science*, Vol. 17, No. 4, 1970, pp. B141-B164.
- (2) 今野浩:「数理決定法入門 キャンパスの OR」, 朝倉書店, 1992 年.
- (3) 今野浩:「実践 数理決定法」, 日科技連出版社, 1997 年.
- (4) 久保幹雄, 田村明久, 松井知己編:「応用数理計画ハンドブック」, 朝倉書店, 2002 年.
- (5) 水沼洋人, 和多田淳三: "ファジィ・ポートフォリオ・セレクション——意思決定者の希求水準の実現", システム制御情報学会誌, Vol. 8, No. 12, 1995, pp. 677-684.
- (6) 中山弘隆: "対話型多目的計画法——方法と応用", オペレーションズ・リサーチ, Vol. 33, No. 8, 1988, pp. 375-381.
- (7) 中山弘隆: "対話型多目的計画法とその応用", オペレーションズ・リサーチ, Vol. 36, No. 9, 1991, pp. 435-439.
- (8) D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and the PDP Research Group: "*Parallel Distributed Processing*," MIT Press, 1986.
- (9) L. A. Zadeh: "Fuzzy Sets," *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965, pp. 338-353.
- (10) H. -J. Zimmermann: "Description and Optimization of Fuzzy Systems," *International Journal of General Systems*, Vol. 2, 1976, pp. 209-215.
- (11) H. -J. Zimmermann: "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, No. 1, 1978, pp. 45-55.

(1) R. E. Bellman and L. A. Zadeh: "Decision