債券発行および預金から考察する銀行による仲介*

松　田　慎　一

1　はじめに

松田（2025）では，倉庫型銀行（Warehouse banking）について論じた。そこでは, Donaldson, Piacentino and Thakor（2018）（以下，DPT（2018）と略して表記する）を通して，倉庫業として始まる銀行を定性的に論じた。本来，倉庫業は預かった財を管理・保管することにあり，実物の取り引きと同時に預りを証明する預り証を発行することになる。預り証に信用が裏付けられ，預り証そのものが券として取引されると，券に対する新たな市場が生じることになる。本論では，Freixas and Rochet（2008）7 章をベースとした松田（2019）を改訂および拡張することから，上記の背景を DPT（2018）と異なるモデルにより説明を試みる。

江戸時代の大坂では，西国・日本海側の諸大名の多くが，大坂に所有する藩の米蔵に米を貯蔵するようになる。その米蔵の運営を両替商に任せたことから，換金を通じて米切手[(1)]が発行され流通が始まる[(2)]。また，諸大名は米蔵に実物の米がないにもかかわらず切手を発行し，資金の融通も行っていた。一方，商人は互いに発行した証書自身を売買するようになり，大坂米市場・堂島の成立に繋がっていく。ただし米との交換が延期ないし拒否される「空米切手」[(3)]の問題も生じ，藩によっては取り付け騒ぎに発展する。騒ぎに対して幕府は「空米切手停止令」の発令，大坂町奉行による紛争への介入と和解へ執り成しを行っている[(4)]。

ほぼ同時期にイングランドでは，金細工商に始まる金匠が，金を顧客から預かる業務を行っている[(5)]。金匠は預りを証明する証書として金匠手形を発行し，この手形が取り引きされるようになり，後に「兌換銀行券」のはじまりのひとつとなる。“The New-Fashioned Goldsmiths”（1888）では，

＊　本論のモデル（2 節以降の元となる原稿）は，大学院経済学研究科に在籍中，早稲田大学大学院経済学研究科故清野一治教授より勉強会を開催の折，共同研究としてご助言を頂き，議論を重ねながら構成した原稿の一部であります。同時に，当時，同原稿について藪下史郎名誉教授よりご指導およびご助言を頂きました。この場をお借りして，両教授に感謝お礼申し上げます。本原稿では，（元の原稿に）修正を加え改訂を行っているため，誤りがあれば著者自身の責に帰するものであります。

⑴　高槻（2018）p.34 より「米切手から米手形への呼称変化は，享保期（1716 ～ 35 年）に進んだ」とある。

⑵　高槻（2022）pp.43–44, pp.70–74 等を参照した。加島屋久右衛門の蔵元への進出は，日本における倉庫型銀行業のはじまりの例と捉えられる。

⑶　高槻（2018）p.173 を参照した。

⑷　高槻（2018）7 章を参照した。

⑸　イングランド銀行の設立および当時のイングランドの状況については，名城大学経済学部 西山徹教授よりご助言を頂きました。この場をお借りして，感謝お礼申し上げます。アンドレアディス（1971），西山（2017）2–5 節を参照した。

古い型の金匠が新しい型の金匠銀行家の登場に対して,（新しい銀行家に対する）批判的なエピソードを紹介する形で取り上げ，金匠が金匠銀行に移り変わる様子を描写している。また金匠手形の流通を促した要因のひとつとして，当時，鋳貨が不足していたこともあり，流通していた鋳貨に加えて金匠手形が流通し，銀貨の流通を補うことになる(6)。この金匠の中の5，6名がロンドン市場を形作り，銀行業者と呼ばれるようになる。

このような倉庫業が銀行へと発展する上で，その条件となる点を次に追記する。預りを保証する手形の取引が可能となる条件として，サミュエルソン（1981）は「銀行制度と預金創出」の中で，銀行が派生するにあたる必要な条件を記している。そのひとつは預かった財（金匠においては金であるが）の「匿名性」である。個人の所有する特定の財を預かった場合と金では，預かりに対して返済する財の特定に大きく違いが生じる。前者の場合でれば，預かった財と全く同じ財を返却するのが預かりに対する信用であるが，後者に対して返却する場合，特定の誰かの金である必要はない。またこの匿名性の持つ性質から，預かった金をすべて保管・管理する必要もなくなる。預けた者としては，必要なときにいつでも要求に応じた金を引き出せればよく，金匠としては全部でなく部分的な準備とを所有しておけば，取引は完結するようになる。またこれはすべての預金者が同時にすべての金を引き出すことはないため，部分的な準備で足りると気付くことを意味している(7)。

また本論に関して，松田（2019）では，流動性リスクと仲介という異なる視点から議論を行った。その中において，金融取引における流動性リスクに着目し,1期の債券取引を新たに仮定して，最適配分の可能性を議論した。これは，金融の仲介が流動性リスクを抱えており，預金者がいつ引き出しに来るのか分からない状況の下，投資への資産変換や満期の変換を行う必要ある点に注目した。松田（2019）は，Freixas and Rochet（2008）7章のモデルを前提として，アウタルキー経済，債券市場による債券の需給に基づく消費，計画経済における消費配分を説明した後，各々の経済における最適性と効率性について比較を行った。

本論では，上述の歴史的な背景に対して，松田(2019)を改めて改訂する形で，議論を展開する。これは銀行がなぜ成立するのかを，預金と債券の発行という観点から，同様に議論できると考えるためである。預金および，将来期に対する権利を券によって交換する点を中心に議論を展開するものである。ただしモデルの仮定として,（史的な背景と異なり）明示的に実物の財を預かるという設定になっていない。松田（2019）をベースとして，券による取引と，銀行による預金の提供から何が言えるのか論じようと試みる。

本論と関係する文献としては,Diamond and Dybvig(1983),Diamond and Rajan(2001a)(2001b)が挙げられる。これらは銀行の脆弱性に基づきながら，預金者の流動性に応じるモデルであり,「銀行の取付とは何か」を説明している。上述の歴史の経緯によれば，大坂における空米による切手の発行，イギリスにおける金匠による部分準備による取引は，預かりにより銀行業を営むことに取り付けが内在していることを示唆していると考えられる。本論の基礎となるFreixas and Rochet

(6)　アンドレアディス（1971）pp.27-28を参照した。「鋳貨の欠乏に際して，総ての大取引は，割符，銀行手形，および金匠手形で行われた。かくて金匠手形は，イングランドにおいて発行された銀行券の最も初期の形態と考えなければならない」とある。

(7)　“The New-Fashioned Goldsmiths”(1888)においても，新しい型の金匠銀行家に対する寓話として語られている。

（2008）7 章のタイトルは「銀行取付とシステム上のリスク」であり，銀行取付を説明するモデルが展開されており，その仮定を本論では用い，引き継いでいる。

もう 1 点，日本の金融史の観点から，預金から捉える場合に銀行がどのように派生してきたのか,（本論のみでは不十分であるが）本論のモデルにより提示できる手掛かりを与えうると考える。明治以降の銀行(本論と関係する銀行)は，国立銀行，普通銀行，貯蓄銀行，郵便(貯金)等があり，江戸時代の両替商や商人の慣習に基づきながら，欧米の銀行制度を取り込んだものと言える(8)。日本における普通銀行の起原は，預金を主な資金とする商業銀行といえる。これはイギリスの手形割引を行う商業銀行にあたり，いわゆる預金銀行である。ただしこれのみが日本の銀行が派生してきた形ではない。明治以降，銀行の預金の派生に関しては，当座預金と付利の当座預金が主であったと言われている。貯蓄銀行が明治 8 年（1875）より始まるが，少額の貯蓄を開始し，徐々に普通預金を作るようになる。その後，銀行間の競争により，普通銀行が，付利の当座預金を開始する。預金には，積立額の最低基準があり，通常の商工業者や庶民の取り引きには，扱いにくい側面があった。その中で，貯蓄銀行の貯金は，すぐに預けることができる利便性があったと考えられる。このような過程を経て，普通預金が主として成立してくと考えられる。同時に，明治 9 年（1876）に内務省で貯金預かり規則が公布され，郵便貯金の制度が始められる。

本論の構成は次の通りである。第 2 節ではモデルとその仮定について，第 3 節ではアウタルキー経済を設定する。第 4 節では異なる期に消費する消費者が相互に取引を行う債券市場を仮定し，新たに債券の需給の決定と均衡についてモデル化する。第 5 節では，中央当局による計画経済を説明する。第 6 節では，2–5 節における経済の最適配分を求め，最適消費を比較する。7 節は，銀行による預金の提供を仮定し，消費者の消費可能集合について説明する。加えて預金者が途中期に引き出す場合を仮定し，6 節と比較する。

2　モデルとその仮定

はじめに，本論の基本となるモデルは，松田（2019）における議論を改訂したものである。松田（2019）では Freixas and Rochet（2008）7 章のモデルを前提として，すでに議論を行ってきた。本論においても，同じ仮定を前提に新たな議論を進めるため，再度，改めてその仮定を整理して説明する。はじめに，同一の選好，初期賦存を持つ多くの個人がいるとする。財は 1 つとし，時間は 0 期から 2 期にわたる 2 期間の経済を想定する。まず 0 期に 1 単位の財（初期賦存）が個人に与えられる。投資としては，粗収益率が 1 となる安全資産，あるいは回収期の違いで粗収益率の異なる危険資産がある。0 期において，保有する資産 1 を，安全資産あるいは危険資産のいずれかを選択して投資 I を決定する。この危険資産は，次の（a）（b）で示される 2 種類が存在する。(a) 1 期で投資を回収する粗収益率 $L(<1)$ となるもの，(b) 2 期で投資を回収する粗収益率 $R(>1)$ となるものである。

各個人の生存は，確率 π_1 で 1 期まで生存するタイプ 1，確率 π_2 で 2 期まで生存するタイプ 2 の

(8)　本段落は，加藤（1983）8 章・9 章，靏見（2020）に記されている「戦前の普通銀行は預金銀行だったか」,「普通銀行をめぐる金融史研究」の各節等を参照した。

いずれかとする。自分のタイプが決定するのは1期であり，個人はその期において，自身のタイプがどちらであるのか分かる。個人の効用 u は単調増加で凹と仮定する。各個人は最終の生存期（$t=i$ のとき）のみ消費を行い，t 期の消費量は C_t，その消費から効用 $u(C_t)$ を得る。時間選好率は $\rho(0<\rho<1)$ とする。以上の仮定を踏まえると，個人の期待効用は，(1) 式に表わされる。

$$U(C_1, C_2)=\pi_1 u(C_1)+\pi_2\rho\, u(C_2) \tag{1}$$

上の期待効用から，個人の限界代替率は次の式となる。

$$MRS_{12}=\frac{\pi_1}{\rho\pi_2}\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} \tag{1.1}$$

これより45線上において，期待効用に対する限界代替率の大きさは，$\frac{1}{\rho}\frac{\pi_1}{\pi_2}$である。

3　アウタルキー経済

はじめに，基本としてアウタルキー経済での消費配分を考察する。1期まで生存するタイプは，初期に所有する1単位の一部を1期まで投資して，残りの投資しないものに加えて，1期に収益を得る。2期まで生存するタイプは，同様に2期に収益を得る。これよりタイプ1とタイプ2の消費（C_1, C_2）は，次の式で表される。

$$C_1=1-I+LI=1+(L-1)I \tag{2.1}$$
$$C_2=1-I+RI=1+(R-1)I \tag{2.2}$$

(2.1)(2.2) 式を組み合わせることから，消費可能な集合は (2) 式となる。

$$C_1+\frac{1-L}{R-1}C_2=\frac{R-L}{R-1},\text{ ただし}\quad L<C_1<1 \tag{2}$$

4　債券市場

本章では，債券の市場を考察する。アウタルキー経済は自給自足の経済を想定している。消費者は0時点において将来時点は分からないため，自身の生存と将来の投資に対して，選択にギャップが生じ得る。そのギャップを解消するために，1時点において取引を行う債券の発行を仮定する。債券市場を開設して，債券の需要と供給を明示的なモデルとして表す。

ここでは，新たに消費時点の異なる個人（タイプ1とタイプ2）は，市場において保有する債券を交換することが可能とする。各タイプは消費時点および投資の割合が異なるため，1期において交換できる権利があれば，アウタルキーと異なる新たな消費の配分が可能と考えられる。仮定として1期において債券の発行が可能とする。危険資産1単位に対して，1単位の債券が発行されその価格を q とする。ただし事前の投資の決定は，すべての個人について同一である。0期における投資 I を所与とする。次の節では，これらの仮定に基づいた1期における債券市場を分析する。

4.1 タイプ 1 の債券供給の決定

1 期のみで消費を行うタイプ 1 の債券供給 B_s の決定は，以下の式である。このタイプは 1 期にすべてを消費しないといけないため，債券の売り手となる。

$$C_1 = \max_{B_s}\{1 - I + L(I - B_s) + qB_s\}$$
$$= \max_{B_s}\{1 + (L-1)I + (q-L)B_s\}$$

$$s.t.\ 0 \leq B_s \leq I$$

1 期におけるタイプ 1 の個人の総数は π_1 であることは注意したい。上の最適化問題から，望ましい債券の供給の決定は次の式に表される。式の条件より，どの程度の債券を供給するかは，債券の価格 q と 1 期までの粗収益率 L の大小に応じて決定していることが分かる。

$$B_s = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad q < L \\ 0 < B_s < I & \text{if} \quad q = L \\ I & \text{if} \quad q > L \end{cases}$$

4.2 補論 1

上の最適化問題について，補論を付け加える。タイプ 1 の非負制約付きの最適化問題は，次の式で表される。

$$L1 = 1 + (L-1)I + (q-L)B_s + \mu_1 B_s + \mu_2(I - B_s) \tag{A0}$$

この問題の解は，カルーシュ・クーン・タッカー条件（以下 KKT 条件と表示する）から以下の式として導かれる。

$$\frac{\partial L1}{\partial B_s} = q - L + \mu_1 - \mu_2 = 0 \tag{A11}$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \mu_1} = B_s \geq 0,\quad \mu_1 \geq 0,\quad B_s\mu_1 = 0 \tag{A12}$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \mu_2} = (I - B_s) \geq 0,\quad \mu_2 \geq 0,\quad \mu_2(I - B) = 0 \tag{A13}$$

場合 1：$\mu_1 = 0$，$\mu_2 = 0$ のとき
（A11）より $q = L$，（A12）より $B_s > 0$，（A13）より $I > B_s$ となる。

$$q = L \text{ のとき，} 0 < B_s < I$$

場合 2：$\mu_1 = 0$，$\mu_2 > 0$ のとき
（A11）より $q = L + \mu_2$，（A12）より $B_s > 0$，（A13）より $I = B_s$ となる。

$$q > L \text{ のとき，} I = B_s$$

場合3：$\mu_1>0$，$\mu_2=0$ のとき

（A11）より $q+\mu_1=L$，（A12）より $B_s=0$，（A13）より $I>B_s$

$$q<L \text{ のとき，} B_s=0$$

4.3　タイプ2の債券需要の決定

2期のみで消費を行うタイプ2の債券需要 B_d の決定は，以下の式である。このタイプは2期まで消費を待つことができるため，債券の買い手となる。

$$\begin{aligned} C_2 &= \max_{B_d}\{1-I-qB_d+RI+RB_d\} \\ &= \max_{B_d}\{1+(R-1)I+(R-q)B_d\} \end{aligned}$$

$$s.t.\ 0 \leq qB_d \leq 1-I$$

2期におけるタイプ2の個人の総数は π_2 であることは注意したい。上の最適化問題から，望ましい債券の需要の決定は次の式に表される。式の条件より，どの程度の債券を需要するかは，債券の価格 q と2期までの粗収益率 R に応じて決定していることが分かる。

$$B_d=\begin{cases} 0 & \text{if} \quad q>R \\ 0<B_d<\dfrac{1-I}{q} & \text{if} \quad q=R \\ \dfrac{1-I}{q} & \text{if} \quad q<R \end{cases}$$

4.4　補論2

以上の最適化問題について，補論を付け加える。タイプ2の非負制約付きの最適化問題は，次の式で表される。

$$L2=1+(R-1)I+(R-q)B_d+\lambda_1 B_d+\lambda_2\left(\frac{1-I}{q}-B_d\right) \qquad (B0)$$

この問題の解は，KKT 条件から以下の式として導かれる。

$$\frac{\partial L2}{\partial B_d}=R-q+\lambda_1-\lambda_2=0 \qquad (B11)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \lambda_1}=B_d\geq 0,\quad \lambda_1\geq 0,\quad B_d\,\lambda_1=0 \qquad (B12)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \lambda_2}=\left(\frac{1-I}{q}-B_d\right)\geq 0,\quad \lambda_2\geq 0,\quad \lambda_2\left(\frac{1-I}{q}-B_d\right)=0 \qquad (B13)$$

場合1：$\lambda_1=0$，$\lambda_2=0$ のとき

（B11）より $R=q$，（B12）より $B_d>0$，（B13）より $B_d<\dfrac{1-I}{q}$ となる。

$$R=q \text{ のとき，} 0<B_d<\frac{1-I}{q}$$

場合 2：$\lambda_1=0$，$\lambda_2>0$ のとき

（B11）より $R-\lambda_2=q$，（B12）より $B_d>0$，（B13）より $B_d=\frac{1-I}{q}$ となる。

$$q>R \text{ のとき，} B_d=\frac{1-I}{q}$$

場合 3：$\lambda_1>0$，$\lambda_2=0$ のとき

（B11）より $R=q-\lambda_1$，（B12）より $B_d=0$，（B13）より $\frac{1-I}{q}>B_d$

$$q<R \text{ のとき，} B_d=0$$

4.5　債券市場における均衡

タイプ 1 とタイプ 2 間の債券の取引は，保有する債券の需要と供給に応じて決まる。債券の供給については 4.1 節，債券の需要については 4.3 節において説明した。各節にて求めた需要と供給を図としてまとめると，以下となる。債券需要，および債券供給曲線は共に各々屈折しているため，均衡は（需要の）Case1 から Case3 に対応した $E1$ から $E3$ の 3 つ場合に分けられる。

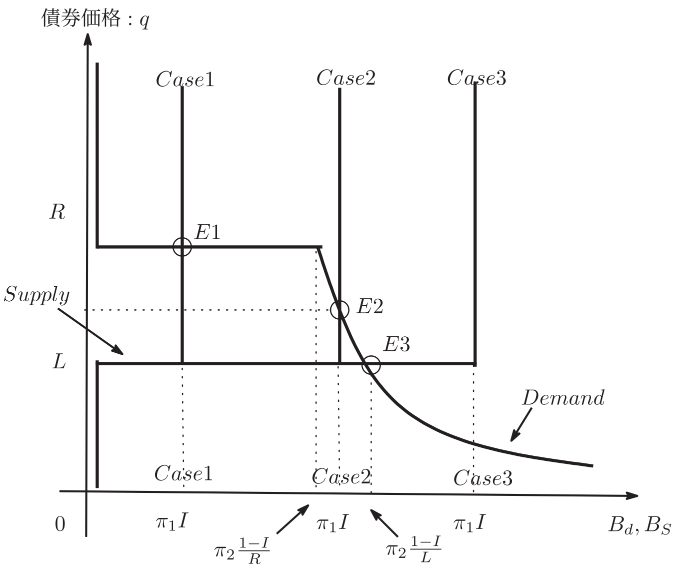

図 1

はじめに Case1 の均衡を考察する。この均衡が生じるのは，(3.1) の左式が成立するときである。

$$\pi_1 I<\pi_2\left(\frac{1-I}{R}\right) \quad \Rightarrow \quad I<\frac{\pi_2}{\pi_1 R+\pi_2} \tag{3.1}$$

この投資 I は0期での投資量が上の右式を満たす場合である。
Case1での債券市場の均衡 $E1$ において，債券価格，債券の需給量は次の式で表される。

$$q_1^e = R \tag{3.1.a}$$

$$B_d^e = \frac{\pi_1 I}{\pi_2},\ \ B_s^e = I \tag{3.1.b}$$

価格と需給が決まることから，Case1でのタイプ1とタイプ2の消費量は次の式となる。

$$C_1^e = 1 + (R-1)I,\ \ C_2^e = 1 + (R-1)I \tag{3.1.1}$$

これよりCase1における消費の実行可能集合は，以下の式で表される。このとき（3.1）の制約等の下において，1期の2期の消費は同じになる。

$$C_2^e = C_1^e,\quad \text{ただし}\quad 1 \leq C_1 \leq \frac{R}{\pi_1 R + \pi_2} \tag{3.1.2}$$

次のCase2の均衡を考察する。この均衡が生じるのは，（3.2）式が成立するときである。

$$\frac{\pi_2(1-I)}{R} \leq \pi_1 I \leq \frac{\pi_2(1-I)}{L} \tag{3.2}$$

$$\frac{\pi_2}{\pi_1 R + \pi_2} \leq I \leq \frac{\pi_2}{\pi_1 L + \pi_2} \tag{3.2′}$$

この投資 I は0期での投資量が上式を満たす場合である。
Case2での債券市場の均衡 $E2$ において，債券価格，債券の需給量は次の式で表される。

$$q_2^e = \frac{\pi_2}{\pi_1}\frac{1-I}{I} \tag{3.2.a}$$

$$B_d^e = \frac{\pi_1}{\pi_2} I,\ \ B_s^e = I \tag{3.2.b}$$

価格と需給が決まることから，Case1でのタイプ1とタイプ2の消費量は次の式となる。

$$C_1^e = \frac{1}{\pi_1}(1-I),\ \ C_2^e = \frac{1}{\pi_2} RI \tag{3.2.1}$$

これよりCase2における消費の実行可能集合は，以下の式で表される。このとき（3.2′）式の制約の下において，1期と2期の消費は次の直線上となる。

$$\pi_1 C_1^e + \frac{\pi_2}{R} C_2^e = 1,\ \ \text{ただし} \frac{L}{\pi_1 L + \pi_2} \leq C_1^e \leq \frac{R}{\pi_1 R + \pi_2} \tag{3.2.2}$$

またCase3の均衡を考察する。この均衡が生じるのは，次の式が成立するときである。

$$\frac{\pi_2(1-I)}{L} < \pi_1 I \tag{3.3}$$

$$\frac{\pi_2}{\pi_1 L+\pi_2}<I \tag{3.3′}$$

この投資 I は 0 期での投資量が上式を満たす場合である。
Case3 での債券市場の均衡 $E3$ において，債券価格，債券の需給は次の式で表される。

$$q_3^e=L \tag{3.3.a}$$

$$B_d^e=\frac{1-I}{L},\quad B_s^e=\frac{\pi_2}{\pi_1}\frac{1-I}{L} \tag{3.3.b}$$

価格と需給が決まることから，Case3 でのタイプ 1 とタイプ 2 の消費量は次の式となる。

$$C_1^e=1+(L-1)I,\quad C_2^e=\frac{R}{L}\{1+(L-1)I\} \tag{3.3.1}$$

これより Case3 での消費の実行可能集合は，以下の式で表される。このとき（3.3′）式の制約等の下において，1 期と 2 期の消費は次の直線上となる。

$$C_2^e=\frac{R}{L}C_1^e,\text{ ただし }\quad L\leq C_1^e\leq\frac{L}{\pi_1 L+\pi_2} \tag{3.3.2}$$

4.6 債券市場と消費可能集合

本節では，4.5 節の均衡をまとめ，債券市場による消費が可能となる集合について説明を行う。新たに債券市場を開設したことにより，Case1，2，3 の 3 つから構成される新しい消費可能集合が生じる。債券市場は次の図として描き表わされ，(3.1.2)（3.2.2)（3.3.2）式から，図中の太線（A_1,

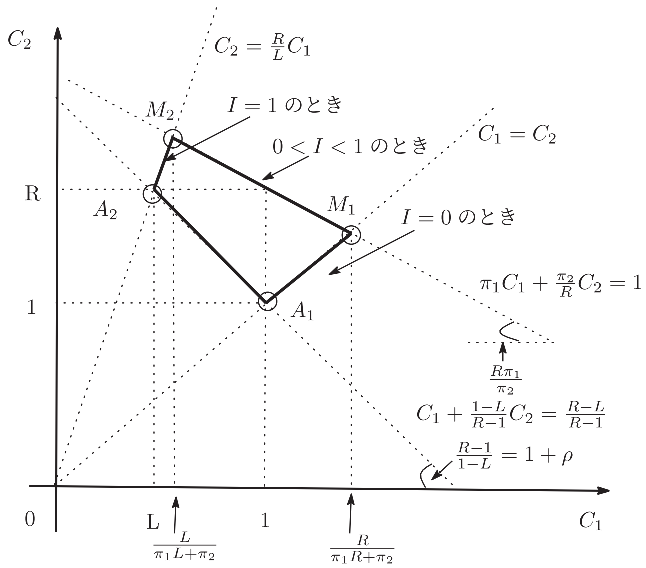

図 2

M_1，M_2，A_2）がその実行可能集合となる。

この消費可能集合は，アウタルキー経済と債券市場の両者が実現可能な1期と2期の消費の組み合わせを表している。直線A_1A_2（図中の下側の線分）は，アウタルキー経済における消費の組み合わせであり，(2) 式によって説明されている。直線A_1M_2（図中の右側の線分）は，債券市場において投資が0のときの消費の組み合わせであり，(3.1.2) 式に対応している。直線A_2M_2（図中の左側の線分)は，債券市場において初期の1単位をすべて投資するときの消費の組み合わせであり，(3.2.2) 式により説明されている。直線M_1M_2（図中の上側の線分）は，投資が0と1の間のときの消費の組み合わせであり，(3.3.2) 式に対応している。図よりアウタルキー経済より債券を発行して取引を可能とする経済・市場を解説すると，消費者の消費の可能性が広がることが分かる。

以上のモデルでは銀行による仲介を考慮していない。本論7節では，新たに銀行による預金を議論するが，ここでの債券市場およびアウタルキー経済をベースとした議論の展開を想定している。本節は消費者同士が互いに債券を取引する市場に基づく議論であるが，銀行による仲介が果たす役割を市場におけるヴェールとして捉えるのであれば，「銀行のヴェール観」モデルと考えられる。本論の7節では，「銀行による預金の提供」について考察をはじめる。7節以降の議論を進めることが，銀行による仲介の意味を比較して検討できると考えられる。

5　中央計画経済と消費可能集合

本節では，中央計画経済について考察する。新たに中央計画当局が存在してタイプ1およびタイプ2の消費と投資をすべて管理決定すると仮定する。このとき当局が計画する各タイプの消費は，以下の通りである。

$$C_1 = \frac{1-I}{\pi_1}, \quad C_2 = \frac{RI}{\pi_2} \tag{4.1}$$

まとめると，中央計画経済における実行可能集合は，(4.2) 式で表される。

$$\pi_1 C_1 + \frac{\pi_2}{R} C_2 = 1,\ \text{ただし}\quad 0 \leq C_1 \leq 1 \tag{4.2}$$

中央計画当局における消費可能集合は下の図として表わされる。(4.2) 式は図中の太線B_TNとなる。債券市場における投資が0と1の間の消費と同じ直線上$\pi_1 C_1 + \frac{\pi_2}{R} C_2 = 1$にあることが分かる。中央経済経済では，この直線上のより上側を線分B_TNまでが実現できる一方，債券市場ではより下側の線分M_1M_2までが実現できる。線分B_TMは両者いずれの経済においても消費が可能となっている。

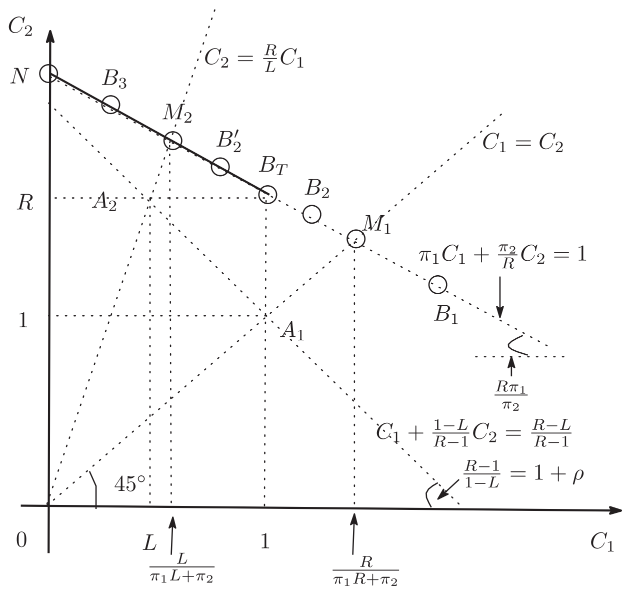

図３

6　最適配分の比較

経済の最適配分を決める際，消費の実現可能性および効用の両者を検討する必要がある。再度，消費可能集合について，アウタルキー経済であれば，実行可能集合は線分 A_1A_2 上でありその線分内である。市場経済であれば，実行可能集合は線分 M_1M_2 上でありその線分内の点において実現される。一方，計画経済での集合は，線分 $\pi_1 C_1 + \frac{\pi_2}{R} C_2 = 1$ 上の線分 $B_T N$ において実現される。これは実行可能集合のみを考えており，さらに最適配分を考察する場合，同時に限界代替率も考慮しないといけない。確認のため，2 章にて記した限界代替率を再掲すると，次の式となる。

$$MRS_{12} = \frac{\pi_1}{\rho\pi_2}\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)}$$

45 度線上での限界代替率は（5）式となる。

$$MRS_{12} = \bigg|_{C_1 = C_2} = \frac{\pi_1}{\rho\pi_2} \tag{5}$$

最適配分を考察する場合，限界代替率とその 45 度線上での値により次の 2 つに場合（Case A, Case B）分けされる。図示すると Case A は図 4，Case B は図 5 として表される。

Case A の条件式は，次式となる[(9)]。

$$\rho R \leq 1$$

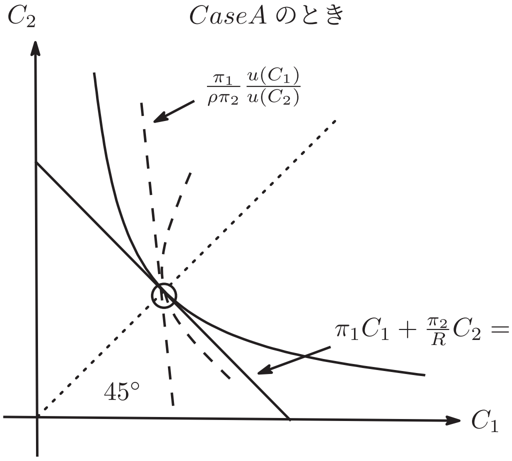

図 4

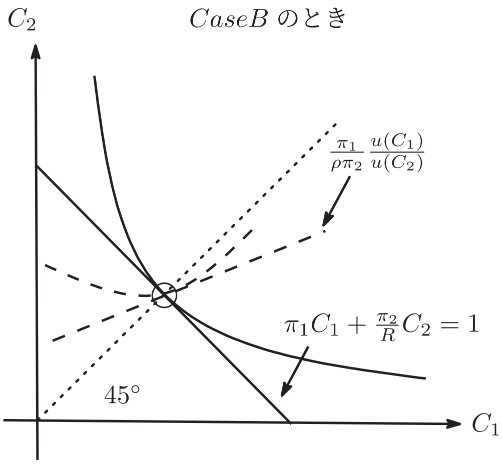

図 5

Case A の条件の意味は，現在割引率が大きく危険資産の収益率が小さい場合である[10]。このときもし制約条件なしであれば，実行可能集合が $\pi_1 C_1+\frac{\pi_2}{R}C_2=1$ のとき，最適な消費配分点は M_1 より下側に存在する（図 3 では，例えば点 B_1）。そうでなければ M_1 である。このとき最適点は市場経済では実現可能，計画経済では実現不可能である。

⑼　Case A では，45 度線上の限界代替率が実行可能集合の傾きより大きい場合である。
数式においては次式と表される。$\frac{\pi_1}{\rho\pi_2}\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)}\geq\frac{\pi_1 R}{\pi_2}$ ただし $\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)}=1$。この条件より，限界代替率からは（端点となる）最適点が M_1 を含んで下側と考えられる。

⑽　改めて，仮定より時間割引率は $0<\rho<1$，安全資産の粗収益率は $R>1$ である。

Case B の条件式は，次式となる[11]。

$$\rho R > 1$$

Case B の条件の意味は，現在割引率が小さく危険資産の収益率が大きい場合である。Case B では，最適点としてさらに 3 通り（Case B–1, Case B–2, Case B–3）が想定される。Case B–1 のとき，最適点が図中では B_2 として例示している。この状況において，市場経済では実現可能である。しかし計画経済では実現できない。Case B–2 のとき，図中では最適点が B_2' として例示している。この場合，市場経済および計画経済共に実現可能である。CaseB–3 のとき，図中では最適点が B_3 である。このとき，市場経済では実現できないが，計画経済では実現可能である。

7　銀行による預金の提供

本節においては，2 節の仮定を引継ぎ，新たに消費者が銀行に預金できる場合を考察する。ここでは仲介を行う銀行が預金を預かると仮定する。アウタルキー経済（2 節）の投資の仮定に加えて，消費者は銀行に預金が可能とする。このときの預金を D とする。ただし $0 \leq D \leq 1$ とする。1 期での預金を D_1，1 期で引き出す場合の預金金利は d_1，2 期での預金を D_2，2 期で引き出す場合の預金金利は d_2 とする。また 1 期に引き出した預金を，2 期に預け直すことはないとする。以上の説明より（6）式と表せる。

$$D_1 = d_1 D, \quad D_2 = d_2 D \tag{6}$$

まずはじめに各期における予算制約を設定する。0 期において 1 単位の資金は，貯蓄 S_C，投資 I_C，預金 D のいずれかに選択される。

$$t = 0, \quad 1 = S_C + I_C + D \tag{7.1}$$

1 期における消費は，1 期までの貯蓄，1 期までの投資から得られる収益 LI_C，1 期までの預金 D_1 と等しい。1 期までの貯蓄に対する粗収益率は 1 とする。

$$t = 1, \quad C_1 = S_C + LI_C + D_1 \tag{7.2}$$

2 期における消費は，2 期までの貯蓄，2 期までの投資から得られる収益 RI_C，2 期までの預金 D_2 と等しい。2 までの貯蓄に対する粗収益率も 1 とする。

$$t = 2, \quad C_2 = S_C + RI_C + D_2 \tag{7.3}$$

預金のある場合，投資は預金を行った残りと捉えられる。投資の範囲について，投資は全くしないか，1 から預金を除いたすべてを投資するか，両者の間のいずれかの値を取り得る。これより本節における投資の制約は，以下の式で表すことができる。

---

(11)　Case B は Case A の逆の場合である。この条件から（端点となる）最適点が M_1 より上側に存在する。

$$0 \leq I_C \leq 1 - D \tag{7.4}$$

（6）式，（7.1）式，（7.2）式，（7.3）式より，銀行に預金できる場合，消費者の予算化可能集合は，（8）式と表すことができる。

$$C_1 + \frac{1-L}{R-1} C_2 = \frac{R-L}{R-1} + \left\{ (d_1 - 1) + \frac{1-L}{R-1}(d_2 - 1) \right\} D \tag{8}$$

(8) 式における右辺1項までは，アウタルキー経済の予算制約 (2) 式と同様である。アウタルキー経済では預金はないため，（8）式において $D=0$ の場合に対応する。本節では，消費者は銀行に預金が可能となることにより，右辺の2項目が新たに加わる。右辺2項を β と表し，預金金利が関係しているため，超過利潤とする。(9) 式として表される。

$$\beta = \left\{ (d_1 - 1) + \frac{1-L}{R-1}(d_2 - 1) \right\} D \tag{9}$$

消費可能集合は (8) 式により表すことができるが，1期における消費 C_1，2期における消費 C_2 を，投資に依存した形として表すことも可能である。1期における消費 C_1 は，（6）式，（7.1）式，（7.2）式から次式に決まる。ただし将来に対する投資の程度（(7.4）式による制約）によって，取り得る消費 C_1 が異なる。

$$C_1 = 1 + (d_1 - 1)D - (1-L)I_C, \text{ ただし } 0 < I_C < 1 - D \tag{10.1}$$

同様に，2期における消費 C_2 は，（6）式，（7.1）式，（7.3）式から次式に決まる。同様に（7.4）式の制約により，取り得る消費 C_2 が異なる。

$$C_2 = 1 + (d_2 - 1)D - (1-R)I_C, \text{ ただし } 0 < I_C < 1 - D \tag{10.2}$$

再度，1期と2期における消費は、将来に対する投資（$0 < I_C < 1 - D$ により）に対し，（最小となる投資が0のとき，最大となる投資が $1-D$ のときを明示して，）その式を表すと次の表となる。

I_c	0	$1-D$
C_1	$1+(d_1-1)D$	$L+(d_1-L)D$
C_2	$1+(d_2-1)D$	$R+(d_2-R)D$

7.1　銀行による預金の提供と消費可能集合：考察1

以上に基づいて，銀行により預金が提供された場合の消費可能集合について考察する。準備として，これまでの消費（C_1，C_2）をベクトルとして表し，超過利潤が加わることから，その取り得る値について検討を行う。

上の表について，$I_c = 0$ のとき（C_1，C_2）は次の式と表される。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1-1 \\ d_2-1 \end{pmatrix} D \tag{11}$$

預金による収益（d_1-1，d_2-1）D は，いずれも正負の値を取り得ることが想定される。同時に（d_1-1，d_2-1）D は超過利潤 β の大きさを決めており，前者の符号条件により超過利潤も正負の値をとる。以上に基づいて，（11）式の（C_1，C_2）の取り得る範囲を図示すると次の図となる。1期と2期を初期の1単位所有している状態（1，1）から，預金による収益に応じて，（C_1，C_2）（ベクトルの張る領域）が決まっていることが分かる。

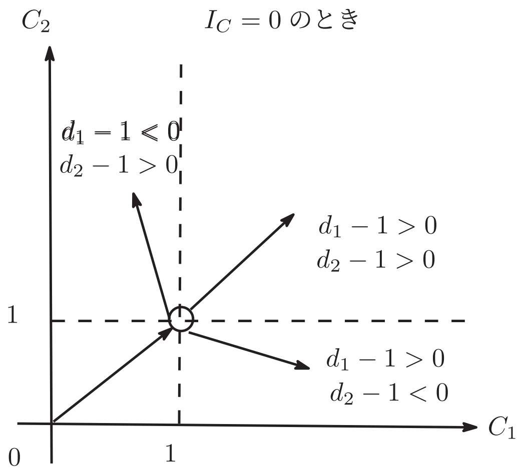

図６

次に $Ic=1-D$ のとき，（C_1，C_2）は次の式と表される。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1-L \\ d_2-R \end{pmatrix} D \tag{12}$$

（12）式を書き直すと（12.1）式となる。これは（1，1）と（L，R）を D: $1-D$ で（預金の保有割合で）内分した点を起点として，起点に対して（d_1-1，d_2-1）D のベクトルにより集合が表せることを意味している。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} D + \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix} (1-D) + \begin{pmatrix} d_1-1 \\ d_2-1 \end{pmatrix} D \tag{12.1}$$

（11）式における解釈と同様にして，（d_1-1，d_2-1）D は，いずれも正負の値を取り得ることが想定される。これより（C_1，C_2）の取り得る範囲を図示すると次の図となる。上と同様に，1期と2期を預金割合で内分した点を起点として，ベクトルの張る領域が決まっていることが分かる。

以上の過程において，投資の端点（全く投資を行わなか，預金した残りをすべて投資するか）における消費を表す式（11）式および（12）式を図式により解釈した。いずれにおいても消費可能集合は，超過利潤を構成している，預金からの収益（d_1-1, d_2-1）D の大きさにより決定しており，集合は符号条件により正と負の両方を取り得ると考えられ，以上の議論においては確定しない。

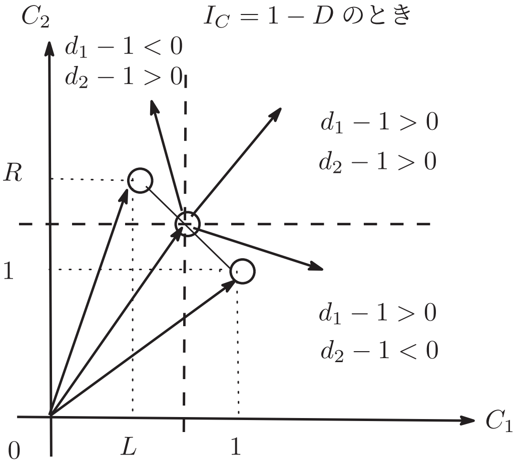

図7

7.2　銀行による預金の提供と消費可能集合：考察2

考察1と異なる点から超過利潤について考える。(12) 式を再掲する。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1 - L \\ d_2 - R \end{pmatrix} D \tag{12}$$

再度，(12) 式を書き直すと (12.2) 式となる。

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} d_1 - 1 \\ d_2 - 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L - 1 \\ R - 1 \end{pmatrix} \right) D \tag{12.2}$$

(12.2)式の預金 D のカッコ内を2つのベクトル $\overrightarrow{OF} = (d_1-1, d_2-1)$, $\overrightarrow{OG} = (L-1, R-1)$ とする。この状況を図で表すと次の図となる。$\overrightarrow{OF}$ は図中の1象限にあり，$\overrightarrow{OG}$ は2象限にある。(12.2) 式の $\overrightarrow{OG}$ はマイナスの符号であるので，そのベクトルを $\overrightarrow{OG}'$ とする。図中では対称性から4象限に表されている。このとき超過利潤の一部である $\overrightarrow{OF}$ と $\overrightarrow{OG}'$ の大きさによって，超過利潤の符号が決定すると考えられる。

その2つのベクトル $\overrightarrow{OF}$ と $\overrightarrow{OG}$ の大きさを，それらの間の角 θ に対する内積と捉える。これより超過利潤の大きさとして，その取り得る値を考える。以上のことは (13.1) と (13.2) の両式として表され，符号の条件より超過利潤は確定できず，正負いずれの場合も生じ得る。

$$\left\langle \begin{pmatrix} d_1 - 1 \\ d_2 - 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L - 1 \\ R - 1 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\| \begin{pmatrix} d_1 - 1 \\ d_2 - 1 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} L - 1 \\ R - 1 \end{pmatrix} \right\| cos\theta \gtreqless 0,\ \ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{のとき} \tag{13.1}$$

$$\left\langle \begin{pmatrix} d_1 - 1 \\ d_2 - 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L - 1 \\ R - 1 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\| \begin{pmatrix} d_1 - 1 \\ d_2 - 1 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 1 - L \\ 1 - R \end{pmatrix} \right\| cos(\pi - \theta) \gtreqless 0,\ \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \text{のとき} \tag{13.2}$$

7節の議論を通して，預金金利により超過利潤が対応しており，さらに消費可能集合を決めていることが分かった。今後の議論として，供給から預金を提供する銀行（貸し手）の利潤がどのように決定しているのかを考察し，預金金利についての条件を探る必要があると想定される。この条件

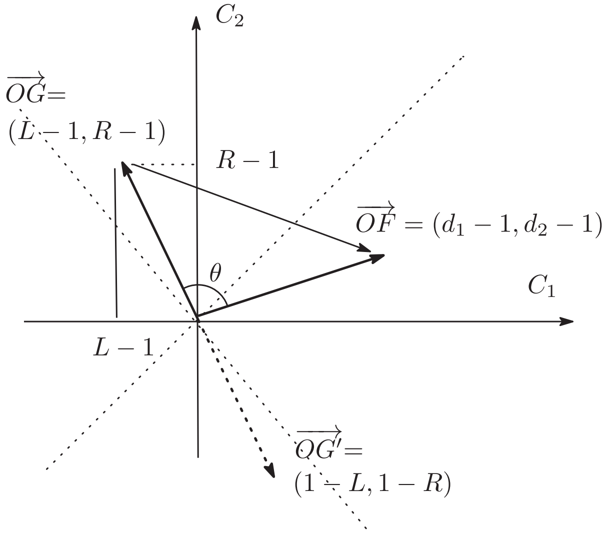

図８

を求めることが可能であれば，同時に預金する消費者の集合が決まるであろう。

7.3　預金の引き出しを仮定した場合，銀行による預金の提供と消費可能集合

7節のこれまでの仮定に加えて，新たに1期における預金の引き出しを想定することも可能である。ここでは，1期における預金の引き出しの割合を α とする。預金の引き出しを仮定すると，2期での予算制約式は，（7.3.1）式となる。1期において引き出しを想定すると，2期では1期では引き出しが行われ $\alpha d_1 D$，引き出されない残りが2期まで預金 $(1-\alpha)d_2 D$ として預けられることになる。

$$t=2,\quad C_2=S_C+\alpha d_1 D+RI_C+(1-\alpha)d_2 D \tag{7.3.1}$$

（6）式，（7.1）式，（7.2）式，（7.3.1）式より，銀行に預金できる場合かつ1期のおける引き出しを想定すると，消費者の予算化可能集合は，（14）式と表すことができる。

$$C_1+\frac{1-L}{R-1}C_2=\frac{R-L}{R-1}+\left\{(d_1-1)+\frac{1-L}{R-1}(d_2-1)+\frac{1-L}{R-1}(d_2-d_1)\right\}D \tag{14}$$

1期のおける引き出しを仮定した上で（8）式と比べると，預金 D のカッコ内となる，右辺4項目が新たに加えられ，引き出しの割合 α の影響が表れ，消費可能集合に変化が見られる。（引き出しを想定しない場合と同様に）1期における消費 C_1，2期における消費 C_2 を，各々として表すことも可能である。1期における消費 C_1 は，前節と同じとなり変化はない。確認のため，再度，掲載する。

$$C_1=1+(d_1-1)D-(1-L)I_C,\ \text{ただし}\ 0<D<1 \tag{10.1}$$

2期における消費 C_2 は，引き出し α の影響が生じ，次の式となる。

$$C_2 = 1 + (R-1)I_C + \left(\alpha d_1 + (1-\alpha)d_2 - 1\right)D,\ \text{ただし } 0<D<1 \tag{10.2.1}$$

再度，1期と2期における消費は将来に対する投資をどれだけ行うのかにより（$0<I_C<1-D$ により）決まる。最小となる投資が0のとき，最大となる投資が $1-D$ のときを明示して，1期・2期の消費を表すと次の表となる。

I_c	0	$1-D$
C_1	$1+(d_1-1)D$	$L+(d_1-L)D$
C_2	$1+\left(\alpha d_1+(1-\alpha)d_2-1\right)D$	$R+\left(\alpha d_1+(1-\alpha)d_2-R\right)D$

引き出しを想定した場合，（引き出しのない場合と比べると）2期における消費 C_2 に変化が生じており，1期と2期の預金金利を引き出しの割合で内分するように消費が決定している。

7.1節，7.2節では，預金の提供を仮定した上で消費可能集合を考察したが確定はできなかった。引き出しを仮定した場合も同様の結論となり得る。

8　まとめ

本論では，松田（2019）の論文を改訂した上で，新たに銀行による預金が可能となる場合を議論した。松田(2019)はFreixas and Rochet(2008)の仮定に基づくモデルであり，アウタルキー経済，債券市場，中央計画経済による消費配分を比較分析したものである。松田（2019）では，アウタルキー経済に基づいて，1期での債券の取引を行う市場を新たに仮定して，その需要と供給を明示したものである。本論文においては，最適化問題による需要と供給の導出をより明確に記した。また需給の均衡と消費集合との関係も，再度，説明を行った。

消費可能となる集合について，アウタルキー経済が集合の下側を，債券市場による経済が集合の両側および上側を消費可能であることを，再度，説明した。計画経済では債券市場の上側と同様の消費が可能となり，1期の消費制約を課す場合においても，債券市場よりより上側の消費までカバーし，消費の実現が可能である。最適消費を考察する場合は，限界代替率と消費の組み合わせにより，望ましい消費が決まる。また限界代替率は2つの場合が起こりうる。現在割引率が大きく危険資産の収益率が小さい場合であり，他はその逆の場合である。この2つの場合に応じて，最適配分が異なり，債券市場のおいて望ましい消費が決まる場合，経済において望ましい消費が決まる場合，どちらの経済においても実現可能であることを，確認した。

本論では，新たに債券市場を「銀行のヴェール観」と位置付けした。これは7節より展開される，銀行が預金を提供する場合，そのベースとして捉えることを意図したものである。これにより今後，債券市場に加えて銀行が仲介を行う場合，どのような違いが生じ得るのか比較が可能になると考えられる。

6節までのモデルをベースに，本論では，銀行が預金を提供できる場合を議論した。この場合，消費可能集合はアウタルキー経済のそれに超過利潤が加わり，超過利潤の大小が集合を決めること

になる。このため超過利潤について，分析を行った。帰結として，消費者の分析からは，超過利潤の大きさが正負共に想定され，（場合に応じて）集合が一意に決定しない。次に１期において預金の引き出しから生じる可能性を考察した。この場合も同様に，消費者の集合は一意に決まらない。

今後の課題として，７節の議論に基づく場合，預金を需要する消費者側の考察のみでは，消費可能集合が決定しないことが分かった。更なる議論として，預金を供給する銀行（貸し手）の利潤を考察することで，１期および２期に関する預金金利の条件を求める必要があると考えられる。この金利についての条件から同時に消費者がどのような消費可能集合を取り得るのか，議論が求められる。今後，銀行による預金の提供と仲介の果たす役割を，本論にて記述した経済体系との比較や日本金融史における銀行の派生の過程から，延長した続編での議論が必要と考えられる。

参考文献

Andréadès, A.（1909）, *History of the Bank of England*. P.S.King and Son.（町田義一郎・吉田啓一訳『イングランド銀行史』日本評論社，1971 年）

Diamond, D.W. and P.H. Dybvig（1983）, “Bank runs, deposit insurance, and liquidity” *Journal of Political Economy*, 91(3), pp.401–419.

Diamond, D,W. and R.G.Rajan（2001a）, “Liquidity Risk, Liquidity Creation and Financial Fragility: A Theory of Banking” *Journal of Political Economy*, 109, pp.2431–2465.

Diamond, D.W. and R.G.Rajan（2001b）, “Banks and Liquidity” *American Economic Review*, 91(2), pp.422–425.

Donaldson, J.R., G.Piacentino and A.Thakor（2018）, “Warehouse banking”*Journal of Financial Economics*, 129, pp.250–267.

Freixas, X. and J.C.Rochet（2008）, *Microeconomics of Banking* MIT Press.

The New-Fashioned Goldsmiths (1888). *Quarterly Journal of Economics*, 2(2), pp.251–262.

Samuelson, P.A.（1948）, Economics McGraw-Hill.（都留重人訳『経済学　上』岩波出版，1981 年）

加藤俊彦（1983）『日本金融論の史的研究』東京大学出版会.

高槻泰郎（2018）『大阪堂島米市場』講談社現代新書.

高槻泰郎（2022）『豪商の金融史』慶応義塾大学出版会.

靏見誠良（2020）「戦前期における「預金銀行」の実態」鎮目雅人編『信用貨幣の生成と展開』慶応義塾大学出版会.

西山徹（2017）「詩はグローサーズ・ホールにあり―1690 年代貨幣危機の文学―」，十七世紀英文学会編『17 世紀の革命／革命の 17 世紀』，金星堂.

松田慎一（2019）「流動性リスク下の金融市場の考察」新島学園短期大学紀要，第 40 号，pp.1–13.

松田慎一（2023）「倉庫業から始まる銀行の役割―両替商・質屋から派生する金融仲介の考察―」名城論叢，第 25 巻 4 号，pp.165–189.

Bank Intermediation: Examining Bond Issuance and Deposits

Shinichi Matsuda

Abstract

In this paper, I discuss why banks are established from the perspective of deposits and bond issuance, against the backdrop of financial history, which is the origin of banking in Osaka and England. After comparing bond markets, autarky economies, and centrally planned economies, I discuss what new consumption patterns are possible at different times when deposits become available, and the impact of partial withdrawal of deposits on consumption.