倉庫業から始まる銀行の役割
――両替商・質屋から派生する金融仲介の考察――

松　田　慎　一

1　はじめに

江戸時代，1800 年前後における近世商家の純資産の上位 3 位は，三井八郎右衛門（呉服問屋・両替商），鴻池屋善右衛門（酒造業・両替商），加島屋久右衛門（両替商）である(1)。大阪は「天下の台所」と言われ(2)，西国・日本海側の各藩の大名は，年貢米の多くを大阪に所有する藩の米蔵に廻送し貯蔵した上で，両替商を通じて換金し，江戸の幕府に年貢を納めていた。1691 年以降，江戸幕府は，大阪に店舗を持つ江戸の両替商に送金業務（御為替御用）を委託する(3)。このような中，大名は蔵屋敷に保管した米に基づいた「米切手（米手形）」を発行し，商人を通して藩の資金融通を行うようになる(4)。三井は，幕府の委託先として両替商を始めている。一方，加島屋は，藩の蔵屋敷に出入りし産物の差配を商う「蔵元」，および蔵屋敷の商いに伴う代金の収納，送金を行う「掛合」として両替商を始めている(5)。後に，大名の財政に関する御用を請負い，その中でも大名と長期的かつ深い関係を有した「館入（たちいり）」となる(6)。館入は，大名の資金繰り全般を商いとして司る役割を行っていると考えられる。大阪に蔵屋敷を設けた大名の多くは，商家に「館入」としての資格を与え，鴻池屋は，広島藩，土佐藩，岡山藩など，加島屋は，中津藩，熊本藩，秋田藩などの「館入」を務めたとされる(7)。このように大名は大阪の蔵屋敷の運営を商家に任せており，鴻池屋，加島屋は，御用聞きを兼ねた両替商を営みながら，「館入」として藩の財政運営に係わり，

---

(1)　高槻（2020）「近世日本経済の概観」p. 72 を参照した。3 者の資産額は，三井（3300 万匁（1817 年）），鴻池（2700 万匁（1817 年）），加島屋（2200 万匁（1782 年））である。後に三井は旧三井銀行・現三井住友銀行，鴻池は旧三和銀行・現三菱 UFJ 銀行，加島屋は旧加島銀行・現大同生命保険となっている。

(2)　『日本永代蔵』の「浪風静かに神通丸」には当時の大阪の様子が描かれており，その一節は「惣じて北浜の米市は，日本第一の津なればこそ，一刻の間に五万貫目の立てり商ひも有る事なり」から始まっている。「難波橋より西，見渡しの百景，数千軒の問丸，甍を並べ，白土，雪の曙を奪う」，「商人あまた有るが中の島に，岡・肥前屋・木屋・深江屋・肥後屋・塩屋・大塚屋・桑名屋・鴻池屋・紙屋・備前屋・宇和島屋・塚口屋・淀屋など，この所久しき分限にして，商売やめて，多く人を過ごしぬ」等は，海運・金融により大きく栄え，商売が繁盛している様子が伺える。

(3)　萬代（2024）プロローグ iii を参照した。

(4)　高槻（2018）p. 30，「大名が国元から廻送した年貢米を蔵屋敷から落札し，その代銀（＝代金）の三分の一を支払うと手形が発行される。これに残りの金額（残代銀）を添えて蔵屋敷に提出すれば，米と引き換えることができたわけだが，落札者はこの手形を第三者に転売していた。」とある。高槻（2018）p. 34，「米手形から米切手への呼称変化は，享保（1716 ～ 35）に進んだとされる」とある。

(5)　高槻（2022）p. 43 を参照した。

(6)　高槻（2022）p. 44 を参照した。

(7)　高槻（2022）p. 307 を参照した。

徐々に大名貸しを行うなど，豪商に成長した。一方，三井は，同じ両替商でありながら，商人や百姓（民間）を主な取引相手とする商売を行い，鴻池屋，加島屋とは異なる業態であった[(8)(9)(10)(11)]。

イングランドにおいては，17世紀はじめ，金細工師に始まりを持つ金匠（goldsmith）が顧客から金の預かり業務を行っていた。金匠はその預かりを証明する証書として，「私（金匠）が支払いを約束する」と書かれた「預かり証」(金匠手形）を発行した。これが取り引きされはじめ，後に「兌換銀行券」となっていく。一方，金匠が預かった金を，他者に引き渡すことを依頼した手紙が，後の小切手となる。金匠はギルドを結成したが，上の取り引きが可能となるためには，（金匠が）相互に持ち合う債権・債務の交換や信用情報の共有等による裏付けが必要となったと考えられる。「イングランド銀行業の父」エドワード・バックウェルは，さらに金匠からも預金を預かり，政府に貸し付けを行っていた[(12)]。

また質屋業も，長い歴史を持ち，顧客の質草を担保として，資金を貸し出す仕組みであり，私的質屋，公益質屋が営まれてきた。中世ヨーロッパでは，キリスト教により利子付きの貸付が禁止されていた[(13)(14)]。教会は貧しい人々に対する救済活動を行っていたが，教会から独立して積極的な貧民救済に取り組んだ団体が，修道院，兄弟社である。1463年に，イタリアのペルージャにおいて，フランチェスコ修道院が，貧しい人々に低利で貸出を行ったのが公益質屋の発祥とされる。フランスの公益質屋は，1577年に，当時，ローマ教皇庁が置かれていたアヴィニョンに始まるとされている[(15)]。これらはキリスト教に由来する高利貸しを排斥する運動から始まり，低い金利でキリスト教の利子を禁じる理念に沿ったことから普及したと考えられる。日本における公益質屋のはじまりは，1912年（大正元年），宮崎県細田村営質庫である[(16)]。

古より，銀行のはじまりのひとつは，倉庫業として預かった財を管理・保管することであり，その預かりを証明する証書が，信用の機能に裏付けられ，券面の通貨として流通するようになる。この歴史的経緯は洋の東西を問わず例を見出すことができる。本論は，このような「倉庫型銀行

---

(8)　萬代（2024）p. 10を参照した。

(9)　江戸時代の商家に関しては，朝倉（1988）pp. 2–3，p. 51を参照した。

(10)　後藤（1980）p. 54，「明治5年11月制定の「国立銀行条例」第22条第3節によって，国立銀行のほかは銀行の名称を用いることを禁じられていた」とある。p. 56，「明治9年8月「国立銀行条例」を改正して，，，，，第22条第3節の規定を削除した」とあり，明治初期，私立の銀行は，国立銀行条例により「銀行」の名称が使えなかった。

(11)　一方，後藤（1980）p. 25，国立銀行の紙幣発行について，次の記述がある。「「国立銀行条例」によって国立銀行は預貸金，為替等の普通銀行業務のほか，銀行紙幣発行の特権が付与された。銀行紙幣発行の仕組みをみると，国立銀行は資本金の六割にあたる金額の政府紙幣を政府に納め，政府から動学の金札引換公債証書の下付をうけ，この公債証書を抵当として同額の銀行紙幣を発行する特権が与えられた。そして資本金の四割を正貨で準備し，銀行紙幣の兌換にあてることとした」とある。

(12)　以上，イングランドに関する記述は，Green（1989）2章pp. 33–49を主に参照した。

(13)　『新約聖書』「ルカによる福音書」6章35節に基づくとされる。『聖書新共同訳』（日本聖書協会 , 2010）を参照されたい。

(14)　片山他（2005）2章p. 39を参照した。

(15)　本段落，キリスト教，イタリア，フランス等に関する記述は，片山他（2005）2章を参照した。

(16)　澁谷（2001）p. 395を参照した。

（warehouse banking）」を定性的に論じた Donaldson, Piacentino, and Thakor（2018）を通して，現代の銀行と異なる，倉庫業としての銀行にどのような機能が備わっているのかを，モデルにより論じたものである[17]。

続いて，本論ではその流動性について論じる。倉庫型銀行により発行された「預金証書」が市中に流通することから，信用が創造され，流動性が生み出される。これには「預かり証」自身が取引され，その取引市場が新たに生まれることも歴史に見出すことができる。上述の江戸時代の大阪では，諸大名は米がないにもかかわらず（米が廻送される前に）手形を発行し，資金を融通している[18]。商人も米手形から米切手へと変化を経ながら，「証書」自身を売買するようになる。これが大阪における堂島米市場の始まりとなる[19]。これらの論点は，現代の銀行とは異なる，倉庫型銀行を前提とした流動性の供給についてである。DPT (2018) では, その中で Tobin (1963) による「未亡人のつぼ（widow's cruse）」の喩えを引用しながら[20]，銀行が発行する「預り証」の意味とその機能について考察を行っており，本論も銀行と信用の創造について議論を行う。

本論の構成は次の通りである。本論の 2 章・5 章では，DPT モデルに基づいた，モデルの前提と倉庫業が行う金融契約についてモデルの設定と解釈を行う。この中で，倉庫が起業家から預ったものを保管し，そのことを証明する「証書」を発行した上で，証書が交換可能となるような機能を備えていることが説明される。3 章・4 章は, モデルを議論する上での基礎となる場合が提示される。以上の仮定に基づいて 6 章では，倉庫，起業家，労働者の最適化の問題が設定される。7 章では，DPT モデルとは異なる手法を用いて，本論では最適化問題を解き，市場における均衡及び各主体の最適解を求め，明示される。8 章は，倉庫の生み出す流動性や貯蓄・預金の解について整理する。また Tobin（1963）による「未亡人のつぼ」の解釈をまとめ，「倉庫型銀行」がこの喩えからどのように解釈ができるのか説明する。9 章では，銀行の自己資本の増加が流動性に対する影響を議論する。10 章では，新たに中央銀行を加えて，金利政策の流動性に対する影響を考察する。

2　モデルの設定

本論では，Donaldson，Piacentino，and Thakor（2018）に基づいて議論を行う。この DPT モデルの前提をまずはじめに説明する。この経済には，倉庫業（b），起業家（en），労働者（l）が登場し, 0 期, 1 期, 2 期から成る 2 期間において経済活動を行う[21]。取引される財は穀物であり, ニューメレールの役割もある。3 者は共にリスク中立的であり，2 期でのみ消費をする。倉庫は穀物を預かり，その証明として「預かり証」を発行する。

---

(17)　以下では DPT モデル，DPT（2018）と併記し，略称する。

(18)　高槻（2018）p. 30 を参照した

(19)　高槻（2018）p. 34,「米の代銀の一部を支払うことで発行される米手形が売買される段階から，米の代銀を全額支払った後に発行される米の切手が売買される段階へと移行していくのとほぼ並行して，ある画期的な取引方法が考案された。後に帳合米商い（ちょうあいまいあきない）と呼ばれれるようになる，一種の先物取引である」とある。

(20)　Tobin（1963）については，藪下（1995）pp. 64–66 を参照されたい。

(21)　以下のモデル内において，倉庫業は倉庫と略称する。

消費として，倉庫の消費を C^b，起業家の消費を C^{en}，労働者の消費を C^l とする。起業家のみが初期賦存 E を0期に所有している。一方，労働者は労働 l を0期に提供する。労働の限界費用は1とする。起業家は生産技術を持っている。起業家は，0期に投資 i（穀物 i 単位），労働 l を組み合わせて投入することから，生産物 Y を得ることができる。このときの生産関数をレオンチェフ型とすると（生産の技術を A とする），(1) 式として表すことができる[(22)]。

$$Y = A\ min\left\{\alpha i,\ l\right\} \tag{1}$$

(1) 式のレオンチェフ生産関数は，以下の図として表される。

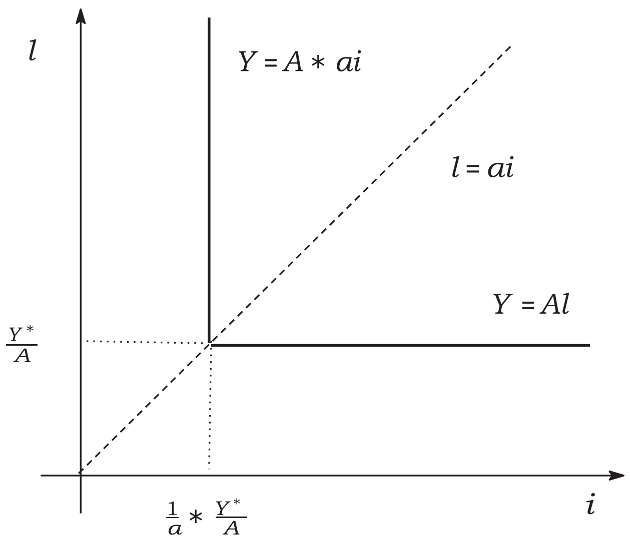

図1

次に貯蔵技術の仮定を設定する。ひとつは「起業家は生産物 Y を担保として使えない」と仮定する[(23)]。もうひとつは「倉庫は貯蔵技術を持っており，この技術を使うと財は減価しない」とする。各主体 j の t 期から $t+1$ 期の貯蓄 s は，s_t^j とする。もし倉庫に預けず個人で貯蔵するのであれば減価して，財は割引率 $\delta\in(0,\ 1)$ で割り引かれる。そのため個人で貯蔵するのであれば，減価するため，1期間での貯蓄は $(1-\delta)s_t^j$ となる。

一度，倉庫に保管された穀物は質入れが可能であり，その預かったことを証明する「証明書」を，倉庫は発行する。証明書は，発行した倉庫が穀物で支払いを強制され，所有者は必要に応じて，要求できるとする。証明書の所有者は，証明書を所有者の間で交換することもできるとする。さらにこの証明書は，倉庫に穀物の貯蔵がない場合にも発行が可能であり，その場合は「空の証明書」として発行される。その場合，穀物が貯蔵されている裏付けがなく，倉庫の負債となる[(24)(25)(26)(27)]。

パラメータ制約として次の2つ（(2) と (3) 式）を仮定する。(1) 式の生産関数から投資 i と

---

(22) 起業家は籾と労働を組み合わせて投資を行い，穀物（米）を生産物として生産することが想起される。

(23) 倉庫に保管された穀物は担保として質入れが可能とする。

労働 l との投入比は，$\frac{1}{\alpha}$：1 と分かる。(2)式は起業家の生産技術が投入比の組み合わせより大きく，(3) 式は貯蔵技術の割引した値が，1 より小さいことを表している。

$$A>1+\frac{1}{\alpha} \tag{2}$$

$$\delta A<1 \tag{3}$$

3　ファーストベストの場合

はじめにファーストベストの場合（fb）を考察する。以上の仮定の下では，各期において最も生産的な主体が各期に生産を行う。0 期で労働者が労働 l を使い，起業家がすべての初期賦存 E を投資し，組み合わせて生産が行われる。生産された生産物 Y は，倉庫に預けられる。それ故，ファーストベスト（fb）のとき，均衡において（4）式が成立し，配分が行われる。

$$l_{fb}=\alpha E,\quad i_{fb}=E \tag{4}$$

4　貸付のない経済

貸付のない場合（nc），予算制約は起業家のみが初期賦存 E を所有することから，それを投資（i）と労働（l）に割り振り，(5) 式として表される。

$$i+wl=E \tag{5}$$

レオンチェフ生産関数では，$\alpha i=l$ で生産が行われるため，(5) と組み合わせると，貸付のない均衡における配分が（6‒1）（6‒2）式に表される。

$$l_{nc}=\frac{\alpha E}{1+\alpha} \tag{6‒1}$$

$$i_{nc}=\frac{E}{1+\alpha} \tag{6‒2}$$

---

(24)　高槻（2018）p. 172，（江戸時代）「米に頼った財政が厳しい局面を迎える中，一部の大名は，苦しい資金繰りを支えるため安易な米切手発行に走った。……特定の米俵と結びついているものでなく，「任意の米」との交換を約束するものであったため，大名は蔵にない米についても米切手を発行することを常とした」とある。

(25)　高槻（2018）p. 173，「「当時，米との交換が延期ないし拒否される米切手のことを「空米（からまい）切手」と呼んだ」とある。

(26)　高槻（2018）p. 173，広島藩蔵屋敷に取り付け騒ぎが起ったことが記されている。この事件は，「同藩蔵屋敷の在庫米量が，発行済米切手高の 3 割に過ぎないことが発覚したことにより，米商人が蔵屋敷に押しかけた」と記されている。高槻（2018）p. 176，同様のことが萩藩蔵屋敷に起ったことが記されている。

(27)　高槻（2018）pp. 181‒182，「その後，1761 年 12 月，江戸幕府大阪町奉行所に実態調査を命じ，「空米切手停止令（ちょうじれい）を発令した（著者が名称付け）。江戸幕府は「空米切手御停止之儀」と呼んでいた」とある。さらに発令後も，久留米藩米切手滞り騒動が起こり，高槻（2018）pp. 185‒200 にその経緯が記されている。

貸付のない場合の均衡は，図2における均衡 E_{nc} として表される。

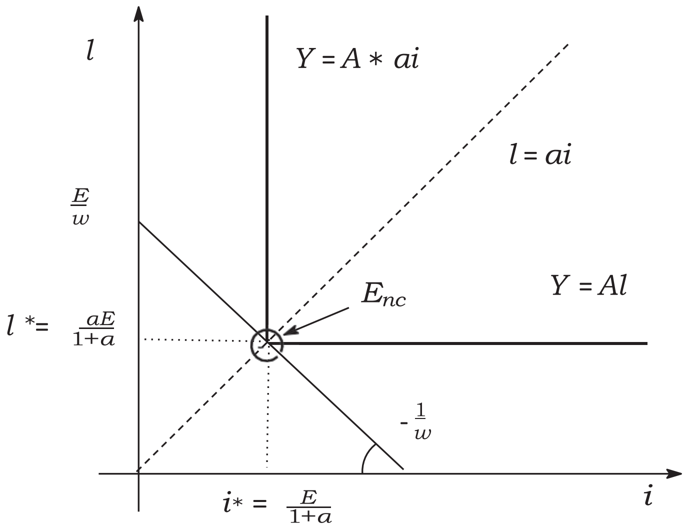

図2

5　金融契約の内容

5.1　経済主体の金融契約

この経済における契約は，労働契約，預金契約，貸付契約の3種類の契約がとする。起業家は，「預金証書」を使用して労働者に支払いを行い，倉庫は起業家の負債を倉庫間の市場（インターバンク市場）において，取引が可能とする。倉庫間市場については，次の小節にて，さらに説明を行う。

まず労働契約は，起業家と労働者の間で行われ，労働者は労働 l を提供し，その対価として（1単位当たり）賃金 w を支払う。預金契約は，倉庫と起業家及び労働者との間，また他の倉庫との間で行われる。倉庫は1期間に対して預金金利 R_t^D（元本込み）で穀物を預かる。一方，各主体が，t期に預けた d_t^j（穀物での）単位の預金をt+1期に引き出すと，$R_t^D d_t^j$（穀物での）単位を受け取る権利がある。この権利に対する証書として，倉庫が「預金証書」を発行する。

貸付契約は，倉庫と起業家の間で行われる。倉庫は0期に L を起業家に貸し付け，起業家は1期に $R^L L$ の返済を行う。この貸付 L は，一方で起業家にとって負債 B となり，倉庫は倉庫間市場（インターバンク市場）において，負債 B の取引ができるとする。

倉庫の貸出は，穀物によるか,「預金証書」によるかのいずれかである。「預金証書」による貸付は，起業家がt期に空の預金を行い，t+1期に穀物の返済を行うことである。これは，穀物の預け入れのない取引となる「空の預金証書」による取引ができると仮定している。起業家の各期での預金は d_0^{en}，d_1^{en}，労働者の各期での預金は d_0^l，d_1^l であり，倉庫の預金は，各々の合計した金額として D_0^b，D_1^b と表す。

起業家は1期での生産物 Y を担保とすることは出来ないと仮定する。起業家は，（この Y を）個人的に貯蓄するか，倉庫に預けるか，「空の預金証書」に対する支払いに使用するかのいずれかで

ある。起業家への貸付は有限責任とする。起業家に対する誘因両立条件として,(7)式を仮定する。

$$R_1^D(g-R^LB)\geq(1-\delta)g \tag{7}$$

この誘因両立条件は，1期で起業家が穀物 g を持っていて返済を行うことが，穀物 g を自身で貯蓄するより好むことを意味している。同時に倉庫による預金の収益 R_1^D が，起業家自身による貯蔵より大きいことでもある。

5.2　倉庫間市場：インターバンク市場

倉庫同士が，起業家の負債を取引する倉庫間の市場（インターバンク市場）を仮定する。この仮定により，起業家が0期に倉庫Aから借り入れ，一方で1期に倉庫Bに穀物を預金した場合，返済を逃れることができなくなる。この市場により倉庫Bは倉庫Aから貸付の権利を買い取ることで，既に発行した預金証書と貸付の権利証書が併存する相互債務（reciprocal debt）の状況になる。もし起業家が債務不履行になった場合，倉庫Bは穀物を差し押さえできるため，起業家の返済は，預け入れた倉庫に依存しなくなる。また既に「生産物は担保にできない」と仮定をしたが，インターバンク市場を仮定することから，証書の取引を通じて，実質的に担保にできると解釈も可能となる。

6　各期の行動と各主体の最適化問題

倉庫は，各期において次の経済活動を行う。

- 0期：　預金 D_0 を預かり，起業家に L を貸し付け，s_0^b を貯蓄する。
- 1期：　預金 D_1 を預かり，預金者に $R_0^DD_0$ を支払う。s_1^b を貯蓄し，倉庫間市場（インターバンク市場）において取引を行う。
- 2期：　預金者に $R_1^DD_1$ を支払う。$C^b(=s_1^b-R_1^DD_1)$ を消費する。

以上の仮定の下，倉庫が直面する最適化問題（問題 $P1$ とする）を設定する。金利を所与として予算制約下において，2期での消費の（非負制約付きの）最大化を行う。この最適化問題は，以下として表される。

$$\max_{s_0^b,\, s_1^b,\, D_0,\, D_1,\, L} C^b=s_1^b-R_1^D D_1$$

$$s.t.\quad s_1^b=R^LL+s_0^b-R_0^D D_0+D_1 \tag{8}$$

$$s_0^b+L=D_0 \tag{9}$$

$$D_0\geq 0,\, D_1\geq 0$$

$$s_0^b\geq 0,\, s_1^b\geq 0$$

$$L\geq 0$$

(8) 式は，倉庫の1期における予算制約式である。1期の貯蓄は，貸付の収益,0期の貯蓄の繰越，0期の預金に対する支払い，1期の預金の受入の合計となる。(9) 式は，倉庫の0期における予算

制約式である。0 期の貯蓄と貸付が 0 期の預金に等しくなる。

次に起業家は，各期において次の経済活動を行う。

- 0 期：　倉庫から借入（B）を行う。投資 i と労働 l を組み合わせ生産を行う。一方，労働者に賃金 wl を支払う。倉庫に預金 d_0^{en} を預ける。s_0^{en} を貯蓄する。
- 1 期：　生産物 Y を得る。倉庫から 0 期の預金に対する支払い $R_0^D d_0^{en}$ を受け取る。穀物 g_1^{en} を保有する。倉庫に預金 d_1^{en} を預け，s_1^{en} を自身で貯蓄する。
- 2 期：　倉庫から $R_1^D d_1^{en}$ を受け取る。$C^{en}(=R_1^D d_1^{en}+(1-\delta)s_1^{en})$ を消費する。

以上の仮定の下，起業家が直面する最適化問題（問題 $P2$ とする）を設定する。金利，賃金を所与として予算制約下において，2 期での消費の（非負制約付きの）最大化を行う。この最適化問題は，以下として表される。

$$\max_{s_0^{en},\, s_1^{en},\, d_0^{en},\, d_1^{en},\, i,\, l^{en},\, B} C^{en}=R_1^D d_1^{en}+(1-\delta)s_1^{en}$$

$$s.t.\quad \left(r_1^D-1+\delta\right)\left(Y(i,\, l^{en})+R_0^D\, d_0^{en}+(1-\delta)s_0^{en}\right)\geq R_1^D\, R^L B \tag{10}$$

$$d_1^{en}+s_1^{en}-R^L B=Y(i,\, l^{en})+R_0^D\, d_0^{en}+(1-\delta)s_0^{en} \tag{11}$$

$$d_0^{en}+s_0^{en}+i+wl^{en}=E+B \tag{12}$$

$$d_0^{en}\geq 0,\, d_1^{en}\geq 0$$

$$s_0^{en}\geq 0,\, s_1^{en}\geq 0$$

$$B\geq 0,\, l^{en}\geq 0$$

（10）式は起業家の誘因両立条件である。前述の通り，「起業家が 1 期で穀物 g を持っていて返済を行うことが，穀物 g を自身で貯蓄するより好むこと」，同時に「倉庫による預金の収益 R_1^D が，起業家自身による貯蔵より大きいこと」である。起業家の 1 期の穀物の保有 g_1^{en} は，$g_1^{en}=Y(i,\, l^{en})+R_0^D\, d_0^{en}+(1-\delta)s_0^{en}$ であるので，（10）式は書き変えた上での表記である。（11）式は，起業家の 1 期における予算制約である。1 期の預金，1 期の貯蓄，から借入の返済を引いたものは，生産物，0 期に倉庫に預けた預金の支払い，0 期に自身で貯蓄したものに等しい。（12）式は，起業家の 0 期における予算制約である。初期賦存，倉庫からの借入の合計は，0 期の預金，0 期の貯蓄，投資，労働者への支払いの合計に等しい。

労働者は，各期において次の経済活動を行う。

- 0 期：　労働 l を供給する。賃金 wl を受け取る。倉庫に d_0^l を預金する。s_0^l を貯蓄する。
- 1 期：　倉庫から $R_0^D\, d_0^l$ を受け取る。倉庫に d_1^l を預金する。s_1^l を貯蓄する。
- 2 期：　倉庫から $R_1^D\, d_1^l$ を受け取る。$C^l(=R_1^D\, d_1^l+(1-\delta)s_1^l)$ を消費する。

以上の仮定の下，労働者が直面する最適化問題（問題 $P3$ とする）を設定する。金利，賃金を所

与として予算制約下において, 2 期での消費の(非負制約付きの)最大化を行う。この最適化問題は, 以下として表される。

$$\max_{s_0^l s_1^l d_0^l d_1^l l^l} C^l = R_1^D d_1^l + (1-\delta) s_1^l - l^l$$

$$s.t. \quad d_1^l + s_1^l = R_0^D d_0^l + (1-\delta) s_0^l \tag{13}$$

$$d_0^l + s_0^l = wl^l \tag{14}$$

$$d_0^l \geq 0, d_1^l \geq 0$$

$$s_0^l \geq 0, s_1^l \geq 0$$

$$l^l \geq 0$$

（13）式は，労働者の 1 期の予算制約式である。1 期の預金，1 期の貯蓄の合計は，0 期の預金の受け取り，0 期に自身で貯蔵した合計に等しい。（14）式は，労働者の 0 期の予算制約式である。0 期での賃金の受け取りは，0 期の預金，0 期の貯蓄の合計に等しい。

この問題に対する均衡は，価格（R_0^D，R_1^D，R^L，w）と配分（s_t^j，d_t^{en}，d_t^l，D_t，L，B，l^{en}，l^l）（ただし $t \in (0，1)$，$j \in (b，en，l)$）となる。この均衡は上の各主体の最大化問題を解いた解であり，同時に次の式で表される労働市場，貸付市場，穀物市場，預金市場の市場清算の条件を満たすものである。

$$l^{en} = l^l \tag{15}$$

$$B = L \tag{16}$$

$$i + s_0^b + s_0^{en} + s_0^l = E \tag{17}$$

$$s_1^b + s_1^{en} + s_1^l = (1-\delta)\left(s_0^b + s_0^{en}\right) + s_0^l + Y \tag{18}$$

$$D_0 = d_0^{en} + d_0^l \tag{19}$$

$$D_1 = d_1^{en} + d_1^l \tag{20}$$

7　補論

7.1　*P*1 の最適化問題

本節では，問題 $P1$ と題した倉庫の最適化問題を解く。倉庫は目的関数 C^b を，制約（8），制約(9)および非負制約の下で，最大化するよう決定し，最適な貯蓄，預金，貸付を決めることになる。$P1$ のラグランジュアンを設定すると（$A1$）式となる。ただしこの問題の場合，非負制約を外した問題を考察するのみで解を得ることが可能のため，非負制約を設定から外している。

$$Ł1 = s_1^b - R_1^D D_1 + \mu_1\left(R^L L + s_0^b - R_0^D D_0 + D_1 - s_1^b\right) + \mu_2\left(D_0 - s_0^b - L\right) \tag{A1}$$

（$A1$）式から 1 階の条件を求めると以下となる。

$$\frac{\partial Ł1}{\partial D_0} = -\mu_1 R_0^D + \mu_2 = 0 \tag{A2}$$

$$\frac{\partial Ł1}{\partial D_1}=-R_1^D+\mu_1=0 \tag{A3}$$

$$\frac{\partial Ł1}{\partial s_0^b}=\mu_1-\mu_2=0 \tag{A4}$$

$$\frac{\partial Ł1}{\partial s_1^b}=1-\mu_1=0 \tag{A5}$$

$$\frac{\partial Ł1}{\partial L}=\mu_1 R^L-\mu_2=0 \tag{A6}$$

以上より，（$A4$）（$A5$）より $\mu_1=\mu_2=1$ が成立する。および（$A2$）（$A3$）（$A6$）の関係を使い，倉庫の最適解を以下として求めることができる。以上より，貸付金利，0期と1期の預金金利はすべて1となる。

$$R_0^{D*}=1,\quad R_1^{D*}=1,\quad R^{L*}=1 \tag{Ans^b1}$$

また（8）（9）式が等号にて成り立つこと，加えて以上の解を（8）式に代入すると，倉庫の最適な貯蓄を次に求めることができる。以上より，倉庫の0期の貯蓄は，0期の預金から（均衡での）貸付を引いたものとなる。1期の貯蓄は，1期の貯金と等しい。ただし（均衡での）貸付 L^* は，以下における起業家の問題（P2）により決定する。

$$s_0^{b*}=D_0-L^*,\quad s_1^{b*}=D_1 \tag{Ans^b2}$$

7.2　$P3$ の最適化問題

本節では，問題 $P3$ と題した労働者の最適化問題を解く。労働者は目的関数 C_l を，制約（13），制約（14）および非負制約の下で，最大化するよう決定し，最適な貯蓄，預金，労働を決めることになる。$P3$ に関して非負制約付きの最大化を設定すると（$B1$）式となる。ここではまず始めに貯蓄の非負制約下について問題を解く。

$$Ł2=R_1^D d_1^l+(1-\delta)s_1^l-l^l+\mu_3\left(R_0^D d_0^l+(1-\delta)s_0^l-d_1^l-s_1^l\right)$$

$$+\mu_4\left(wl^l-d_0^l-s_0^l\right)+\lambda_1 s_0^l+\lambda_2 s_1^l \tag{B1}$$

この問題の解は，カルーシュ・クーン・タッカー条件（以下 KKT 条件と表示する）から導かれ，その1階の条件は以下の式となる。

$$\frac{\partial Ł2}{\partial s_0^l}=\mu_3(1-\delta)-\mu_4+\lambda_1=0 \rightarrow \mu_4=\mu_3(1-\delta)+\lambda_1 \tag{B2}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial s_1^l}=(1-\delta)-\mu_3+\lambda_2=0 \rightarrow \mu_3=(1-\delta)+\lambda_2 \tag{B3}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial d_0^l}=\mu_3 R_0^D-\mu_4=0 \rightarrow \mu_4=\mu_3 R_0^D \tag{B4}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial d_1^l}=R_1^D-\mu_3=0 \rightarrow \mu_3=R_1^D \tag{B5}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial l^l} = -1 + \mu_4 w = 0 \rightarrow \mu_4 w = 1 \tag{B6}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial \lambda_1} = s_0^l \geq 0, \quad \lambda_1 \geq 0, \quad \lambda_1 s_0^l = 0 \tag{B7}$$

$$\frac{\partial Ł2}{\partial \lambda_2} = s_1^l \geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_2 s_1^l = 0 \tag{B8}$$

以上より，($B4$)($B5$)および問題 $P1$ より $\mu_3 = \mu_4 = 1$ が成立する。この関係と($B6$)より $w = 1$ となる。$\mu_3 = \mu_4 = 1$ より，加えて（$B2$）（$B3$）から $\lambda_1 = \lambda_2 = \delta > 0$ が求められる。λ_1，λ_2 は厳密に非負となり，（$B7$）（$B8$）の相補スラック条件から，s_0^l と s_1^l は 0 で binding となる。

これより労働者の最適な貯蓄 s_0^{l*}，s_1^{l*}，賃金 w は次に決まる。以上より，労働者は，0 期 1 期共に自身で貯蓄をしない。賃金は 1 に決まる。

$$s_0^{l*} = s_1^{l*} = 0, \quad w = 1 \tag{Ans^l1}$$

次に労働者の最適な預金 d_0^{l*}，d_1^{l*} を求める。（13）（14）式が等号にて成り立つこと，加えて以上の解を（8）式に代入すると，労働者の預金を次に求めることができる[28]。以上より，労働者は，自身の労働と同じだけ預金を 0 期 1 期共に行う。

$$d_0^{l*} = d_1^{l*} = l^l \tag{Ans^l2}$$

7.3　*P2* の最適化問題

本節では，問題 $P2$ と題した起業家の最適化問題を解く。起業家は目的関数 C_{en} を，誘因両立制約（10），制約（11），制約（12）および非負制約の下で，最大化するよう決定し，最適な貯蓄，預金，投資，労働，負債を決めることになる。$P2$ に関して，誘因両立および非負制約付きの最大化を設定すると（$C1$）式となる。ここではまず始めに貯蓄の非負制約下について問題を解く。

$$\begin{aligned} Ł3 = {} & R_1^D d_1^{en} + (1-\delta) s_1^{en} + \mu_5 \left((R_1^D - 1 + \delta) \left(Y + R_0^D d_0^{en} + (1-\delta) s_0^{en} \right) - R_1^D R^L B \right) \\ & + \mu_6 \left(Y + R_0^D d_0^{en} + (1-\delta) s_0^{en} - d_1^{en} - s_1^{en} + R^L B \right) \\ & + \mu_7 \left(E + B - d_0^{en} - i - w l^{en} \right) \lambda_3 s_0^{en} + \lambda_4 s_1^{en} \end{aligned} \tag{C1}$$

この問題の解は，KKT 条件から導かれ，その 1 階の条件は以下の式となる。

$$\frac{\partial Ł3}{\partial s_0^{en}} = \mu_5 \left(R_1^D - 1 + \delta \right) (1-\delta) + \mu_6 (1-\delta) - \mu_7 + \lambda_3 = 0 \tag{C2}$$

---

(28)　より厳密には，求めた貯蓄，賃金の解を使い，再度，ラグランジュアンを設定した上で，預金の非負制約下の問題を解く必要がある。

$$\frac{\partial Ł3}{\partial s_1^{en}} = (1-\delta) - \mu_6 + \lambda_4 = 0 \tag{C3}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial d_0^{en}} = \mu_5\left(R_1^D - 1 + \delta\right)R_0^D + \mu_6 R_0^D - \mu_7 = 0 \tag{C4}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial d_1^{en}} = R_1^D - \mu_6 = 0 \tag{C5}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial \mu_5} = \left(R_1^D - 1 + \delta\right)\left(Y + R_0^D\, d_0^{en} + (1-\delta)s_0^{en}\right) - R_1^D R^L B \geq 0 \tag{C61}$$

$$\mu_5 \geq 0, \quad \mu_5 \frac{\partial Ł3}{\partial \mu_5} \geq 0 \tag{C62}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial \lambda_3} = s_0^{en} \geq 0, \quad \lambda_3 \geq 0, \quad \lambda_3 s_0^{en} = 0 \tag{C7}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial \lambda_4} = s_4^{en} \geq 0, \quad \lambda_4 \geq 0, \quad \lambda_4 s_1^{en} = 0 \tag{C8}$$

以上より,（$C5$）および問題 $P1$ より $\mu_6 = 1$ が成立する。この関係と（$C3$）より $\lambda_4 = \delta > 0$ となる。（$C8$）の相補スラック条件より $s_1^{en} = 0$ が成立する。また（$C4$）と以上の関係から，$\delta\mu_5 + 1 = \mu_7$ となり，μ_7 の成立条件を想定すると，$\mu_5 > 0$ であれば，$\mu_7 > 0$ となる。

次に（$C2$）に $\delta\mu_5 + 1 = \mu_7$ とこれまでの解を代入すると以下の式となる。

$$\lambda_3 = \delta(1 + \delta\mu_5) \tag{C21}$$

λ_3 の成立条件を想定すると，$\mu_5 > 0$ であれば，$\lambda_3 > 0$ となる。同時に上の保留した条件も $\mu_5 > 0$ から $\mu_7 > 0$ となる。以上より，この経済における整合性を考えると，$\mu_5 > 0$ であるので,（$C61$）（$C62$）の相補スラック条件より誘因両立条件（10）式は0で binding，この μ_5 の条件下では，$\mu_7 > 0$ であるので（12）式の予算はすべて使い切る。同時に $\lambda_3 > 0$ が成立し,（同様に）（$C7$）の相補スラック条件より $s_0^{en} = 0$ が決定する。以上の過程に矛盾がないため，起業家の最適な貯蓄 s_0^{en}，s_1^{en} が以下に求まり，誘因両立条件が等号で成立することが分かる。以上より，起業家は，0期1期共に自身で貯蓄をしない。

$$s_0^{en} = s_1^{en} = 0 \tag{$Ans^{en}1$}$$

残された問題として，起業家の（非負制約下の）預金の最適解を求めること等である。これまでに求めた最適解等を使い，再度，起業家のラグランジュアンを設定する。起業家は目的関数 d_1^{en} を，誘因両立制約 (10)，制約 (11)，制約 (12) および非負制約の下で，最大化するよう決定する。設定した式を（$D1$）式とする。

$$\begin{aligned} Ł4 = d_1^{en} &+ \mu_8\left(\delta\left(Al^{en} + d_0^{en}\right) - B\right) + \mu_9\left(d_0^{en} + Al^{en} - d_1^{en} - B\right) \\ &+ \mu_{10}\left(E + B - d_0^{en} - i - l^{en}\right) + \lambda_5 d_0^{en} + \lambda_6 d_1^{en} \end{aligned} \tag{D1}$$

この問題の解は，KKT 条件から導かれ，その1階の条件は以下の式となる。

$$\frac{\partial Ł4}{\partial d_0^{en}} = \mu_8 + \mu_9 - \mu_{10} + \lambda_5 = 0 \tag{D2}$$

$$\frac{\partial Ł3}{\partial d_1^{en}} = 1 - \mu_9 + \lambda_6 = 0 \tag{D3}$$

$$\frac{\partial Ł4}{\partial l^{en}} = \delta A \mu_8 + A \mu_9 - \mu_{10} = 0 \tag{D4}$$

以上より，（D3）から $\mu_9 = 1 + \lambda_6$ となる。もし $\lambda_6 > 0$ であれば，$\mu_9 >$ と 0 なる。また（D4）は以下の式となる。

$$\mu_{10} = \delta A \mu_8 + A \mu_9 \tag{D41}$$

（D41）から，$\mu_9 > 0$ の仮定，加えて $\mu_8 > 0$ を仮定すると，$\mu_{10} > 0$ となる。また（D2）式は，μ_{10} を代入すると以下の式となる。

$$\begin{aligned} \lambda_5 &= \mu_{10} - \mu_8 - \mu_9 \\ &= (\delta A - 1)\mu_8 + (A - 1)(1 + \lambda_6) \end{aligned} \tag{D21a}$$

$\lambda_5 > 0$ となるのは，右辺が正となるときであり，その条件は次式である。

$$\mu_8 < \frac{1 - A}{1 - \delta A}(1 + \lambda_6) \tag{D21b}$$

パラメータの仮定（2）（3）式より，（D21b）式の分数部はプラスであるから，$\lambda_6 > 0$ のとき，$\lambda_5 > 0$ が成立する。以上の過程を経済における整合性から確認すると，$\lambda_6 > 0$ から d_1^{en} が 0 で binding となり，この条件は同時に（11）式が等号で整理することを意味する。$\mu_8 > 0$ であれば，誘因両立条件（10）式が 0 で binding となり，同時に（12）式が等号で成立する。これらの条件と（D21b）式から d_0^{en} が 0 で binding となる。以上の過程に矛盾がないため，起業家の最適な預金 d_0^{en}，d_1^{en} が以下に求まり，誘因両立条件が等号で成立することが分かる。以上より，起業家は，0 期 1 期共に預金をしない。

$$d_0^{en} = d_1^{en} = 0 \tag{$Ans^{en}2-1$}$$

また起業家の最適解として，（D21a）の条件からもうひとつの可能性が想定される。$\lambda_5 = 0$ のときである。$\lambda_5 = 0$ となるのは，右辺が 0 となるときであり，その条件は次式となる。

$$\mu_8 = \frac{1 - A}{1 - \delta A}(1 + \lambda_6) \tag{D21c}$$

以上のとき乗数の条件を（再度，整理して）まとめると，以下となる。

$$\mu_8 > 0,\quad \mu_9 > 0,\quad \mu_{10} > 0,\quad \lambda_5 = 0,\quad \lambda_6 > 0$$

この場合も経済の整合性を保つことは可能である。そのため，起業家の最適解として，次のもうひとつの解の候補が考えられる。以上より，起業家は，0 期に預金を行い，1 期に預金をしない。

$$d_0^{en} > 0,\quad d_1^{en} = 0 \tag{$Ans^{en}2-2$}$$

7.4　起業家の預金について，他の（候補となる）解の考察

KKT 条件について他の候補を想定できるため，以下において議論する。（$D3$）について $\mu_9 = 1 + \lambda_6$ となる。このとき $\lambda_6 = 0$ の可能性も考えられる。もし $\lambda_6 = 0$ であれば，$\mu_9 = 1 > 0$ となる。これより（$D4$）は以下の式となる。

$$\mu_{10} = \delta \mathrm{A} \mu_8 - \mathrm{A} \tag{$D41'$}$$

（$D41'$）から，$\mu_8 > 0$ を仮定すると，$\mu_{10} > 0$ となるのは，$\mu_8 > \dfrac{1}{\delta}$ のときである。また（$D2$）式は，μ_{10} を代入すると以下の式となる。

$$\begin{aligned} \lambda_5 &= \mu_{10} - \mu_8 - 1 \\ &= (\delta A - 1)\mu_8 - (A + 1) \end{aligned} \tag{$D21a'$}$$

$\lambda_5 > 0$ となるのは，右辺が正となるときであり，その条件は次式である。ただしパラメータ制約から符号の確認として $\delta A - 1 < 0$ である。

$$\mu_8 < \frac{A+1}{\delta A - 1} < 0 \tag{$D21b'$}$$

以上より，$\lambda_5 > 0$ のとき，$\mu_8 < 0$ となり，乗数の非負制約より，KKT 条件に適さず，この解（$d_0^{en} = 0$）は，存在しない。

また $\lambda_5 = 0$ のとき，

$$\mu_8 = \frac{A+1}{\delta A - 1} < 0$$

となり，乗数の非負制約より，KKT 条件に適さず，この解（$d_0^{en} > 0$）は，存在しない。以上より，「起業家は0期に預金をしない，あるいは行う，1期に預金を行う」ことはない。

$$(d_0^{en} = 0 \ or \ d_0^{en} > 0),\quad d_1^{en} > 0 \quad \text{は最適解とならない} \tag{$Ans^{en}2\text{–}3$}$$

7.4.1　起業家の最適な投資，借入，労働の決定

更に残された問題として，起業家の最適な投資 i^*，借入 B^*，労働 l^{en*} の決定がある。

- 起業家の労働の決定

  起業家の誘因両立（10）式は等号で成立する。（10）式に（$Ans^b 1$），（$Ans^{en} 1$），$Y = Al^{en}$ を使うと次式となる。また（12）式に（$Ans^b 1$），$w = 1$，$i = \alpha l^{en}$ を使うと次式となる。

$$\delta\left(Al^{en} + d_0^{en}\right) = B \tag{10–1}$$

$$\frac{l^{en}}{\alpha} + l^{en} - E + d_0^{en} = B \tag{12–1}$$

（10–1）（12–1）および（$Ans^{en}2$–1）の $d_0^{en} = 0$ の場合，最適な労働 l^{en*} が決定する[29]。

$$l^{en*} = \frac{\alpha E}{1 + \alpha(1 - \delta A)} (= l^l) \tag{21}$$

- 起業家の借入の決定

再度，（10–1）式，（Ans^{en}2–1）の $d_0^{en}=0$ および（21）式より，最適な借入 B^* が決定する。

$$B^*=\delta A*l^{en*}=\frac{\delta A\alpha E}{1+\alpha(1-\delta A)} \tag{22}$$

- 起業家の投資の決定

再度,（12）式,（Ans^{en}1,（Ans^{en}2–1）の $d_0^{en}=0$ および（21）（22）式より，最適な投資 i^* が決定する。

$$i^*=E+(B^*-l^{en*})$$

$$i^*=\frac{E}{1+\alpha(1-\delta A)} \tag{23}$$

以上の起業家の最適解（21）（22）（23）式をまとめて，（Ans^{en}3）とする。

8　倉庫が生み出す流動性

8.1　流動性の創造と「空の預金証書」

このモデルにおいては，倉庫による金融仲介により信用を創造が行われ，経済に流動性が生み出されており，この流動性について考察を行う。まず流動性の乗数 Λ を定義する。この経済では，倉庫が起業家に貸し出し $L^*=B^*$ を行い，企業は投資（i^*）と労働（$l^*=l^{en*}=l^{l*}$）を組み合わせて生産を行っている。そのため乗数 Λ を，初期賦存 E に対する付加価値 i^*+wl^* で定義する。

$$\Lambda\equiv\frac{i^*+wl^*}{E} \tag{24}$$

（21）（23）および $w=1$ より，次の関係が成立する。

$$\Lambda=\frac{1}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)}+\frac{\alpha}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)}$$

$$\Lambda=\frac{1+\alpha}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)}>1 \tag{25}$$

一方，貸付のない場合について，同様に流動性の乗数を求めると，次の関係が成立する(30)。

$$\Lambda\equiv\frac{i_{nc}+wl_{nc}}{E}$$

$$=\frac{1}{1+\alpha}+\frac{\alpha}{1+\alpha} \tag{26}$$

以上より「貸付を行う場合の乗数」が「貸付のない場合の乗数」より大きくなることから，倉庫は（金融契約にて仮定を行った）「空の預金証書」を発行することで，流動性を生み出し（乗数 Λ

---

(29)　同時に市場清算の条件から，$l^{en}=l^l$ が成立する。

(30)　貸付のない場合は 4 節にて議論した。以下では（6–1）（6–2）式を利用している。

の値が1より大きい）ていると考えられる。さらに倉庫は穀物を預かり預金口座として管理することと同時に，「空の預金証書」を作成し，これを基に貸付を行うことも意味していると考えられる。これをDPTモデルでは「民間による貨幣発行」と呼んでいる。倉庫のこのような機能により，起業家は倉庫に穀物を預け，そこから派生する「空の預金証書」による返済を行う取引が同時に生じていることとなる。

8.2　倉庫が預かる理由（貯蔵技術）について

モデルの設定において「倉庫は貯蔵技術を持っており（減価しない），一方，各主体は貯蔵による減価の割引率を $\delta \in (0,1)$」と仮定した。各主体の減価の割合（割引率）が大きくなる場合に対する，乗数 Λ の効果を考察する。

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \delta} = \frac{\alpha(1+\alpha)A}{\left(1+\alpha(1-\delta A)\right)^2} > 0 \tag{27}$$

（27）式の符号より，減価の割引率が大きくなり，各主体の自身での貯蔵が減ると，流動性の乗数が大きくなることを示している。倉庫は貯蔵技術を持っており，各主体は（自身で貯蔵せず）倉庫に預けことになり（一連の問題において各主体の最適な貯蓄は0であった），流動性が増加していることが分かる。

8.3　倉庫の0期での貯蓄

（Ans^b2）において，倉庫の0期の貯蓄 s_0^{b*} を求めた。問題全体の最適な値を用いて，再度，倉庫の0期の（均衡での）貯蓄の考察を行う(31)。

$$s_0^{b*} = D_0 - L^* \quad (= E - i)$$

清算条件から $D_0 = d_0^{en*} + d_0^{l*}, L^* = B^*$ であり，最適解（$Ans^{en}2$–1）（$Ans^{en}2$–2）（Ans^l2）より，以下となった。

$$d_0^{en*} = 0 \quad or > 0, \quad d_0^{l*} = l^l$$

以上に負債 B^* を加え，倉庫の0期の貯蓄 s_0^{b*} は次式となる。

$$s_0^{b*} = 0 + l^l - B^* \tag{28–1}$$

$$= \frac{\alpha E}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)} - \frac{\delta A \alpha E}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)}$$

$$= \frac{\alpha E\left(1-\delta A\right)}{1+\alpha\left(1-\delta A\right)} > 0 \tag{28–2}$$

---

(31)　市場清算条件（17）かつ $s_0^{l*} = s_0^{en*} = 0$ より，次式2番目の等号が成立する。

これより倉庫は0期（の均衡）において，すでに正の貯蓄を行うこととなる。労働者の最適解（Ans^l1）（Ans^l2），起業家の最適解（$Ans^{en}2–1$）（$Ans^{en}2–2$）より，主に倉庫は労働者から預金を預かっていることが分かる。これは労働者が労働の対価として，起業家から支払われた穀物を自身で貯蔵せずに倉庫に預け，倉庫が穀物として保管したものと考えられる。

一方，起業家は，（$Ans^{en}2–1$）の場合であれば，自身で貯蔵せず，倉庫に預金もしない。誘因両立制約を満たしながら，倉庫から B* を借り入れ，穀物と労働を技術にすべて投資して生産を行う。同時に，起業家は，労働者に支払いを行う。これは流動性の創造において考察したことから，起業家は倉庫からの借り入れだけででは足りず，発行された「空の預金証書」と穀物の組み合わせることにより，労働者に支払い行っているものと考えられる。ただし（$Ans^{en}2–2$）の場合でれば，起業家も一部を倉庫に預金として貯蓄を行っていることが分かる。

8.4　倉庫の1期の貯蓄および1期の預金

倉庫の1期の（均衡での）貯蓄 s_1^{b*} を求める。これは（Ans^b2）で求めたように倉庫の1期の（均衡での）預金 D_1 に等しい。

$$s_1^{b*}=D_1$$

市場清算条件から $D_1=d_1^{l*}+d_1^{en*}$ であるが，$d_1^{en*}>0$ のときは，起業家の1期の預金が内生的に決まらないため, D_1 を求めるのは，以下，迂回して値を求めることになる。倉庫の予算制約（8）（9）および（Ans^b1）より次の式となる（再掲する）。

$$s_1^b=L+s_0^b-D_0+D_1 \tag{8}$$
$$s_0^b+L=D_0 \tag{9}$$

また市場清算条件（18）かつ（Ans^l1）（$Ans^{en}1$）より次の式となる。

$$s_1^b=s_0^b+Y \tag{29}$$

以上より（均衡での）倉庫の D_1 は次式に決定する。

$$\begin{aligned} D_1^* &= Y+s_0^{b*} \\ &= A\alpha i+(E-i) \end{aligned} \tag{30–1}$$

$$D_1^*=\frac{\alpha\Big(1+A\big(1-\delta\big)\Big)E}{1+\alpha\big(1-\delta A\big)}>0 \tag{30–2}$$

脚注26，27にて記したが，史実においては，取り付け騒ぎが起こった点は，（モデルの仮定と整合性は異なるが）モデルとの比較において今後も継続した議論が必要と考えられる。取り付けについては，再掲であるが，高槻（2018）p. 173，広島藩蔵屋敷に取り付け騒ぎが起ったことが記されている。この事件は，「同藩蔵屋敷の在庫米量が，発行済米切手高の3割に過ぎないことが発覚したことにより，米商人が蔵屋敷に押しかけた」と記されている。同 p. 176，同様のことが萩藩蔵屋敷に起ったことが記されている。また同 pp. 181–182，「その後，1761年12月，江戸幕府大阪町奉

行所に実態調査を命じ,「空米切手停止令（ちょうじれい）を発令した。発令後も，久留米藩米切手滞り騒動が起こり，同 pp. 185–200 にその経緯が記されている。

8.5 DPT（2018）による Tobin（1963）「未亡人のつぼ」に関する議論

ジェームス・トービンは「お金の創造者としての商業銀行」（1963）において,「商業銀行は「未亡人のつぼ（widow's cruse)」を持っていない」と主張している(32)(33)(34)(35)。「未亡人のつぼ」は,「次々と終わることなく生み出される（尽きない）もの」を喩えており,『旧約聖書』「列王記：上」17章の物語に由来すると言われている(36)(37)。

Tobin（1963）は，商業銀行と中央銀行を比較して,「未亡人のつぼ」の喩えを用い，信用創造に対する両者の違いを説明していると考えられる。両者を比較した上で，その主張は「前者は「未亡人のつぼ」を持っておらず，後者は持っている」と述べている。この違いのひとつは，預かりを証明する「預り証」が必要に応じていつでも引き出しが可能であるのかどうか，これは言い換えると，発行した証券を保証する準備を常に保有することが可能であるのかどうか，と考えられる。もうひとつが発行した証券を誰もがいつでもどこでも誰からも受け取って,「将来の引き出し」を保証する券として信用の保証を保つことができるのかどうか，と考えられる。Tobin（1963）は，商業銀行の発行する証明書を「万年筆マネー」，中央銀行のそれを「政府の印刷機（マネー)」と呼んでおり，前者は預かった預金（商業銀行にとっての負債）に対する証書としての「預金証書」，後者は金本位制であれば金の預かりに基づく,あるいは不換紙幣としての中央銀行券(中央銀行にとっての負債)を意味する記述をしている。中央銀行と異なり商業銀行は，上の条件に欠ける点があり,「未亡人のつぼ」を持っていないと解釈できるのではないか。両条件が揃ったとき，はじめて，つぼの油がいつも満たされるように,「証書」が紙幣として流動性を持つと考えられる。DPT モデルが提示する「倉庫型銀行」は，両者の過渡期的な状況を考える上での，試験的な材料になっているものと考えられる。

以上の議論より，この DPT モデルを前提に,「未亡人のつぼ」の考察を試みる。DPT モデルにおいては,「倉庫は，自身の（0期）の貯蓄を超えて信用を創造することはできない」と捉えることができる。これは，0期の倉庫の貯蓄は1期に対する部分準備を（倉庫が）保有していることに

---

(32) Tobin（1963）“Commercial Banks as Creates “Money“” を参照した。

(33) DPT（2018）p. 259 左，Tobin（1963）による「未亡人のつぼ」に言及し議論を行っている。

(34) Tobin（1963）については，藪下（1995）pp. 64–67 にて議論されており，参照されたい。

(35) 藪下（1995）pp. 64–67 では，Fama（1980）についても言及しており，参照されたい。

(36) 旧約聖書には，次ののように記されている。列王記上17章12節「あなたの神，主は生きておられます。私には，焼いたパンなどありません。かめの中に一握りの小麦粉と,「つぼ」に少しの油があるだけです。見てください。私は二本の薪を拾って来ましたが，これから私と息子のために調理するところです。それを食べてしまえば，あとは死ぬばかりです」列王記上17章14節なぜなら，イスラエルの神，主はこう言われるからです。「主がこの地に雨を降らせる日まで，かめの小麦粉は尽きず,「つぼ」の油がなくなることはない」列王記上17章16節「主がエリヤを通して告げられた言葉どおり，かめの小麦粉は尽きず,「つぼ」の油がなくなることもなかった」，以上,『聖書新共同訳』（日本聖書協会, 2010）による。

(37) 脚注26は，未亡人が神の御恵により,「つぼ」の油がなくなることは起こらなくなり，息子と共にパンを食べられるようになる描写が記されている。

なり，倉庫の準備に基づいた信用創造によって流動性が生まれるものと考えらられる。0 期の倉庫の貯蓄，流動性の乗数 Λ と 0 期の貯蓄の係数を比べると，以下となる。

$$\Lambda - \frac{s_0^{b*}}{E} = \frac{1+\delta A}{1+\alpha(1-\delta A)} > 0$$

結果から，流動性が貯蓄に比べより大きいため，DPT モデルでは「未亡人のつぼ」は（主張に反して）成立していることになる。この経済では，起業家は誘因両立の制約に直面し，倉庫からの「空の預金証書」によって資金を借り入れ，投資を行うと同時に，労働者には穀物と「空の書金証書」を使い，労働者に支払いを行っている。労働者はこれを受け取り，倉庫に貯蓄として預け，これが倉庫の準備 $s_0^{b*} = D_0 - L^*$ として機能していると考えられる。ただし上の帰結は，トービンの主張に反することになるが, DPT のモデル設定と仮定に依存していると DPT (2018) p. 259 は記している。

9　倉庫が 1 期で資本を保有している場合―流動性に対する影響―

本節では，倉庫が資本を保有することを仮定し，資本の保有が流動性に与える影響について考察する。倉庫が 1 期に資本 E^b を保有していると仮定する。これは倉庫が質権を設定できることと同意である。倉庫が主体から穀物を預かると，次の選択ができる。

預かった穀物を運用して個人的に保管するが，運用しないで倉庫に保管するかのいずれかの選択が可能である。穀物を運用する場合, (保管しないため) 割引率 δ の割合で減価し, その価値は $(1-\delta)(E^b + D_1)$ となる。他方，穀物を運用しない価値は，1 期の資本と（既に預かった）預金から，その預金に利息を加えて返済するため，$E^b + D_1 - R_1^D D_1$ である。このとき 1 期で倉庫が預金を運用しない誘因制約を，新たに設定すると次の式となる。

$$(1-\delta)(E^b + D_1) \leq E^b + D_1 - R_1^D D_1 \tag{31}$$

$(Ans^b 1)$ より $R_1^D = 1$ であるから，次の式と同意である。

$$(1-\delta)(E^b + D_1) \leq E^b \tag{32}$$

また（32）式は次の式となる。

$$\frac{1-\delta}{\delta} \leq \frac{E^b}{D_1} \tag{33}$$

均衡において,（33）式を等号で満たす倉庫の 1 期の資本を求める。倉庫の資本が大きいと,（33）式は成立するため，上から求めた倉庫の資本が，（以下の）閾値のひとつとなる。

$$E^{b1} = \frac{1-\delta}{\delta} \frac{\alpha\Big(1 + A(1-\delta)\Big)}{1+\alpha(1-\delta A)} E \tag{34}$$

(34) 式の倉庫の資本に対する流動性の乗数を求める。流動性の乗数は，再掲すると，次式である。

$$\Lambda = \frac{i + w^{*}l}{E} = \frac{i + 1{*}\alpha i}{E} = \frac{(1+\alpha)\,i}{E} \tag{35}$$

以上から，一方，（32）式と同意であるが（33）式が等号で成り立つ条件と（均衡での）倉庫の1 期の預金を組み合わせて，投資 i を求める。この 2 式を再掲すると以下となる。

$$D_1 = \frac{\delta}{1-\delta}E^b$$

$$D_1 = Y + s_0^b = A\alpha i + (E - i)$$

この 2 式から投資 i を求めると（36）式となる。

$$i = \frac{1}{A\alpha - 1}\left(\frac{\delta}{1-\delta}E^b - E\right) \tag{36}$$

（36）式を（35）式に代入すると，倉庫の資本の閾値における流動性の乗数が求まる。

$$\Lambda = \frac{1+\alpha}{A\alpha - 1}\left(\frac{\delta}{1-\delta}\frac{E^b}{E} - 1\right) \geq 1 \tag{37}$$

（37）式は，E^b の増加関数である。また乗数がちょうど 1 となるとき，そのような値より下側の倉庫の自己資本 E^b となる閾値 E^{b2} は（38）式となる。乗数が 1 のときは貸付がない場合であり，1より小さい場合は貸付は行われず，新たな流動性は生まれない。

$$E^{b2} = \frac{1-\delta}{\delta}\frac{\alpha(1+A)}{1+\alpha}E \tag{38}$$

以上の関係をまとめると，次の図に表すことができる。

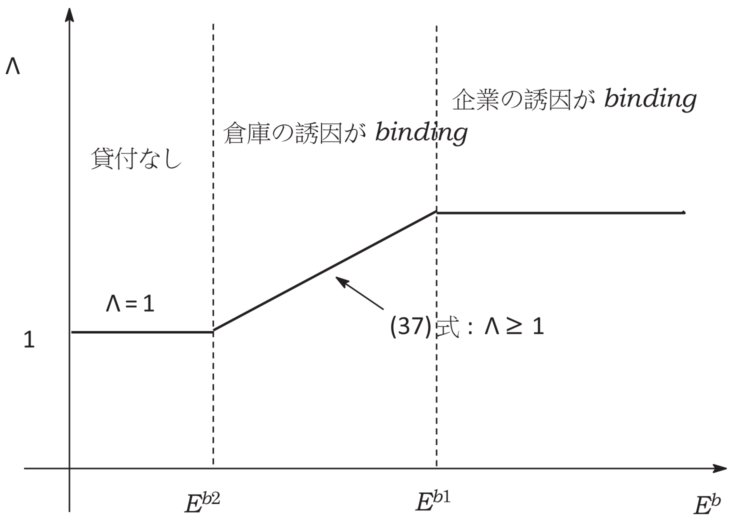

図 3

10　中央銀行の設定と金融政策

本節では，新たに中央銀行を仮定して，金融政策のひとつである金利政策の効果を検証する。金利の変化が，前節にて定義した乗数に与える影響を考察する。新しい仮定として，中央銀行は倉庫から預金を預かり，その金利を R^{CB}（元本込み）とする。倉庫と企業家の預金と同様に，中央銀行は1期間に対し倉庫から穀物を，預金金利で預かることになる。中央銀行が登場する経済を考えると，穀物は中央銀行の通貨であり，預かり証である「預金証書」は，民間の銀行が発行する通貨と捉えることが可能となる。

以上の前提の下，2節と同様に，中央銀行の預金金利 R^{CB} について，次の新たなパラメータ制約（(39) と (40) 式）設定する。

$$A > \frac{1}{R^{CB}} + \frac{R^{CB}}{\alpha} \tag{39}$$

$$A\left(R^{CB} - 1 + \delta\right) < 1 \tag{40}$$

（パラメータ制約の）(2) 式から類推すると，ひとつめの仮定 (39) 式について，生産関数の投資 i と労働 l の投入比が，$\frac{R^{CB}}{\alpha} : \frac{1}{R^{CB}}$ と仮定されている。ふたつめの仮定(40)式について，(パラメータ制約の）(3) と (40) 式の割引率を比べる。以下の2式から中央銀行のある経済ではない経済に比べ，「割引率が小さくなる」と仮定されている。

$$\delta < \frac{1}{A} \tag{2'}$$

$$\delta < \frac{1}{A} - \left(R^{CB} - 1\right)A \tag{40'}$$

この仮定の下で，再度，6節における各期の行動と各主体の最適化問題を解くこととなる。まず金利の決定については，倉庫は競争的に行動するため，すべての金利は中央銀行の金利 RCB と等しくなる。

$$R^{CB} = R_0^D = R_1^D = R^L \tag{41}$$

10.1　中央銀行のある労働者の問題（P3’）

次に，中央銀行の金利 R^{CB} により労働者の問題に変化が生じる。労働者が直面するのは，問題（P3）において，$R_1^D = R^{CB}$，$s_0^{l*} = s_1^{l*} = 0$ の問題（P3’）となる。

$$\max_{l^l} \; C^l = R^{CB} d_1^l - l^l$$

$$\text{s.t.} \quad d_1^l = R^{CB} d_0^l \tag{13'}$$

$$d_0^l = w l^l \tag{14'}$$

問題（P3’）より新たに労働者の賃金 w^{**} は次式に決まる。

$$w^{**}=\frac{1}{(R^{CB})^2} \tag{42}$$

10.2　中央銀行のある起業家の問題（P2'）

更に，中央銀行の金利 R^{CB} により起業家の問題に変化が生じる。まず起業家が直面するのは，新たな誘因両立制約である。中央銀行のある場合，金利に（41）式の関係があるため，中央銀行の預金金利の設定が，倉庫の金利に影響を与え，それにより誘因両立の左辺にある起業家の収入に影響を与えると考えられる。また2つめのパラメータ制約により，減価率も低くなっており誘因両立の右辺にも影響を与える。起業家の直面する誘因両立は，（7）式に代わり次の式となる。

$$R^{CB}\left(Y-R^{CB}B\right)\geq(1-\delta)\,Y \tag{43}$$

（43）式を書き換えた（44）式から，中央銀行の金利に基づく起業家の負債の下限が表される。

$$B\leq\frac{1}{R^{CB}}\left(1-\frac{1-\delta}{R^{CB}}\right)Y \tag{44}$$

以上より，起業家が直面する問題は，問題（P3）において，$R_1^D=R_0^D=R^{CB}$，$s_0^{en*}=s_1^{en*}=d_0^{en*}=d_1^{en*}=0$ および（42）式の下での問題（P3'）となる。前節にて解いた最適化の仮定と同様に，誘因両立制約は等号で成立し，予算制約と同時に用いることから，起業家の最適な投資 i^{**}，借入 B^{**}，労働 l^{en**} が決定する。

$$i^{**}=\frac{(R^{CB})^2E}{\alpha+(R^{CB})^2-\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)} \tag{45}$$

$$B^{**}=\frac{\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)E}{\alpha+(R^{CB})^2-\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)} \tag{46}$$

$$l^{en**}=\frac{\alpha(R^{CB})^2E}{\alpha+(R^{CB})^2-\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)} \tag{47}$$

10.3　中央銀行の金利と金融政策

8節では流動性の乗数として（24）式を定義した。これに基づき新たに中央銀行の下での流動性の乗数を Λ' とすると，以下の式となる。

$$\Lambda'\equiv\frac{i^{**}+w^{**}l^{en**}}{E} \tag{48}$$

（45）（46）（47）式を各々代入すると，乗数 Λ' は（49）式となる。

$$\Lambda'=\frac{\alpha(R^{CB})^2}{\alpha+(R^{CB})^2-\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)} \tag{49}$$

（49）式から預金金利の変化に対する乗数の効果を確認すると，（50）式となる。

$$\frac{\partial \Lambda'}{\partial R^{CB}}=\frac{\alpha A\left(\alpha+2(1-\delta)R^{CB}-(R^{CB})^2\right)}{\alpha+(R^{CB})^2-\alpha A\left(R^{CB}-(1-\delta)\right)}>0 \tag{50}$$

$$\text{ただし}\quad \alpha+2(1-\delta)R^{CB}>(R^{CB})^2\ \text{のとき}$$

分子の符号条件が正であるという条件（(50）式）の下で，$\frac{\partial \Lambda'}{\partial R^{CB}}$はプラスとなる。これより中央銀行が預金金利を引き上げると，流動性が増加することが示される。金利が高いと銀行はより多くの貸付を行い，それに伴い流動性が増えており，現代の金融政策における金利政策とは，逆の効果が生じている。

11　まとめ

本論では，Donaldson，Piacentino，and Thakor（2018）に基づき，倉庫業から始まる銀行が，どのような金融仲介の役割を果たすのか，解釈を行った。

2 節では登場する主体（倉庫，起業家，労働者），および起業家の生産についてモデルの基本的な設定・確認を行った。3 節，4 節では，モデルの基礎となる「ファーストベストの場合」及び「貸付のない経済」について解釈した。5 節では，預金契約，貸付契約，労働契約について説明した。このモデルの特徴として，倉庫が預金金利を受け取り，穀物を預かる点にある。倉庫は預かりに対する（権利）証書として「預金証書」を発行し，以後，モデルにおいてこの証書が取引されることになる。また起業家は，倉庫から借り入れを行い，負債を負う。借り入れは，穀物か「預金証書」によるかのいずれかであるが，（倉庫に）穀物の預け入れのない「空の預金証書」による取引が行われる点も，このモデルの大きな特徴である。このような設定は，倉庫業から始まる銀行による特有の特徴を捉えていると考えられる。また倉庫間の市場を設定することにより，倉庫同士が証書の取引ができると仮定して，「預り証＝(将来の）穀物を引き出す権利」の交換が可能となることから，起業家の裁定の余地をなくすことも織り込んでいる。6 節では，倉庫・起業家・労働者の経済活動とその仮定の下（2 節・5 節の前提）で最適化の問題について設定を行った。このモデルのひとつの特徴として，起業家は「1 期で穀物を持っていて返済を行うことが，穀物を自身で保有するより大きくなる」，また「倉庫の預金の収益が，起業家の自身による貯蔵より大きい」誘因両立の制約下にある。また労働市場，貸付市場，預金市場，穀物市場の清算の条件を提示した。7 節では，DPT モデルの解法と異なる，KKT 条件等を用いて最適化問題を解いた。これにより最適な金利・賃金の価格と，最適な貯蓄，預金が決定した。DPT モデルに比べより明確となった点は，(Ans^{en}2–1)(Ans^{en}2–2）と記した起業家による 0 期，1 期での預金額を明示した点にある。(Ans^{en}2–1）の解では，起業家は 0 期 1 期とも穀物で預金を行っていない。しかし倉庫から借り入れを行い負債を負っていることから，実物での預け入れをしない「空の預金証書」による取引が行われていると考えられる。穀物という担保のない（裏付けのない）取引が，倉庫による「空の証書」発行により行われている。また同時に，起業家の最適な投資，借入，労働が決定している。8 節では「流動性の乗数」が定義された。「貸付のない場合」と比較することで，「空の預金証書」の取引が行われ，倉庫による貨幣

発行が行われていることが想定された。倉庫業の本源的な役割として，貯蔵技術がある。各主体の減価の割引率が高くなると，貯蔵技術の優れた倉庫に貯蔵を行うようになり，流動性が増加することが示されている。また Tobin (1963) による「未亡人のつぼ」について議論を行い,「倉庫型銀行」を通して信用創造を生み出す「預かりの証書」の機能について考察を行った。9 節では，1 期で倉庫が自己資本を保有できると仮定し，その結果，（ある閾値の間において）倉庫の自己資本の増加が流動性を増やすと解釈できる。10 節では，中央銀行を仮定し，金利政策の効果を検証している。これは（中央銀行の）金利政策が（DPT モデル（倉庫型銀行）を前提に）流動性の乗数に与える影響を考察している。中央銀行の預金金利の仮定を行い，再度，各主体の最適化を求めると，倉庫は競争的に行動することから, すべての金利が中央銀行の金利と等しくなることが示された。また，再度の最適化による最適解を用いて，流動性の乗数を求め，（中央銀行の）金利の変化に対する効果を検証すると，金利の増加が流動性を増加させることが示され，現代の金融政策の金利政策とは「逆の」効果が示されている。

今後の課題として，8.4 節，脚注（18）（19）に記したように，当時の蔵屋敷においても取り付け騒ぎが起ったと記されており，倉庫型銀行のモデルにおいても，現代の金融論の取り付けと同様に，十分な議論が必要と考えられる。現代の取り付けについては，Diamond and Dybvig（1983），Diamond and Rajan（2001a）（2001b）や Allen and Gale（2009）が詳細にモデルによる説明を行っており，倉庫型銀行と現代の銀行を比較した上で，今後，議論の整理が求められる。また DPT（2018）の最適解は生産関数のパラメータ制約，割引率から構成されており，生産関数の型に依存すると考えられる。最適解は，流動性の乗数に影響を与えており，生産技術の想定を変えた場合の経済への影響を考察することは，課題のひとつである。また DPT（2018）では情報の非対称性を前提としたモデルとなっていない。非対称性がない場合でも，倉庫型銀行の仲介が十分に機能すると説明されているが，金融契約や生産についての非対称性を考慮した場合に，どのような変化が生じるか検討の余地が残されている。

参考文献

［1］Allen, F. and D. Gale (2009), *Underdtanding Financial Crises*,　Oxford University Press.

［2］Fama, E. (1980), “Banking in the Theory of Finance” *Journal of Monetary Economics*, 6, pp. 39–57.

［3］Diamond, D.W. and P.H. Dybvig (1983), “Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity” *Journal of Political Economy*, 91 (3), pp. 401–419.

［4］Diamond, D.W. and R.G. Rajan (2001a), ”Liquidity Risk, Liquidity Creation, and Financial Fragility: A Theory of Banking” *Journal of Political Economy*, 109 (2), pp. 287–327.

［5］Diamond, D.W. and R.G. Rajan (2001b), “Bank and Liquidity” *American Economic Review*, 91 (2), pp. 422–425.

［6］Doanldson, J.R., G. Piacentino and A. Thakor (2018), “Warehouse banking” *Journal of Financial Economics*, 129, pp. 250–267.

［7］Green, E. (1989), *Banking: An Illustrated History*, Phaidon Press Ltd.（石川通達訳（1994）『銀行の歴史』原書房）

［8］Tobin, J. (1963) “Commercial Banks as Creators of “Money””*Discussion Paper. Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University*.

［9］朝倉考吉（1988）『新編 日本金融史』日本評論社

［10］井原西鶴（2012）『日本永代蔵』1977 年刊 村田穆 校注 新潮社

［11］片山隆男・神木良三・杉江雅彦編（2005）『庶民金融論』萌書房
［12］後藤新一（1980）『日本金融制度発達史』教育社
［13］澁谷隆一（2001）『庶民金融の展開と政策対応』日本図書センター
［14］高槻泰郎（2018）『大阪堂島米市場』講談社現代新書
［15］高槻泰郎（2020）「近世日本経済の概説」『経済セミナー No. 716』日本評論社 10・11 2020 号 pp. 70–76.
［16］高槻泰郎（2022）『豪商の金融史』慶応義塾出版会
［17］萬代悠（2024）『三井大阪両替店』中公新書
［18］藪下史郎（1995）『金融システムと情報の理論』東京大学出版会

The Role of Banks Starting with Warehousing:
A Study of Financial Intermediation Derived from Money Exchangers and Pawn-brokers

Shinichi Matsuda

Abstract

Based on the model of Donaldson, Piacentino, and Thakor (2018), this paper reexamines the role of warehouse bank as financial intermediaries. We resolved the contract problem under a financial contract with a warehouse bank, confirmed and interpreted the solution to the contract, and showed that multiple deposit contracts are possible. Regarding the creation of liquidity through securities issued by warehouse banks, we examined and confirmed the effects of depreciation, which is a storage technique, discount rates, and the increase in equity capital through warehouse bank. We also discussed the creation of liquidity based on the "widow's cruse" by Tobin (1963). Assuming warehouse banks, it was also confirmed that an increase in interest rates, which is the central bank's interest rate policy, increases liquidity, showing the opposite effect to modern policies.